

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ**

**«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»**

**Приладобудівний факультет**

**Кафедра інформаційно-вимірювальних технологій**

«На правах рукопису»

УДК 681

До захисту допущено:

Завідувач кафедри

\_\_\_\_\_ Володимир ЄРЕМЕНКО

«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

## **Магістерська дисертація**

**на здобуття ступеня магістра**

**за освітньо-професійною програмою «Інформаційні вимірювальні технології та системи»**

**зі спеціальності 152 «Метрологія та інформаційно-вимірювальна техніка»**

**на тему: «Оцінювання невизначеності градуовальної характеристики засобів вимірювальної техніки»**

Виконав (-ла):

студент (-ка) VI курсу, групи ПА-91мп

Помилуйко Антон Андрійович \_\_\_\_\_

Керівник:

Доктор технічних наук, професор

Володарський Євген Тимофійович \_\_\_\_\_

Консультант зі стартап-проекту:

Доктор економічних наук, доцент кафедри менеджменту,

Бояринова Катерина Олександрівна \_\_\_\_\_

Рецензент:

Кандидат технічних наук, доцент

Петрик Валентин Федорович \_\_\_\_\_

Засвідчую, що у цій магістерській дисертації немає  
запозичень з праць інших авторів без відповідних  
посилань.

Студент (-ка) \_\_\_\_\_

Київ – 2020 року

**Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут  
імені Ігоря Сікорського»**

Факультет - Приладобудівний

Кафедра інформаційно-вимірювальних технологій

Рівень вищої освіти – другий (магістерський) за освітньо-професійною (освітньо-науковою) програмою «Інформаційні вимірювальні технології та системи»

Спеціальність 152 «Метрологія та інформаційно-вимірювальна техніка» \_

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

\_\_\_\_\_ Володимир ЄРЕМЕНКО

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

**ЗАВДАННЯ  
на магістерську дисертацію студенту**

Помилуйко Антон Андрійович

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема дисертації Оцінювання невизначеності градууювальної характеристики засобів вимірювальної техніки \_\_\_\_\_

науковий керівник дисертації Д.т.н., професор Володарський Є.Т. ,  
(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом по університету від « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2020 р. № \_\_\_\_\_

2. Строк подання студентом дисертації 08.12.2020 р.

3. Об'єкт дослідження Процедура побудови градууювальної характеристики \_\_\_\_\_

4. Предмет дослідження (вихідні дані – для магістерської дисертації за освітньо-професійною програмою) Точність методів градуювання \_\_\_\_\_

5. Перелік завдань, які потрібно розробити Моделювання вихідних сигналів вимірювальної системи в “градууювальних” точках. Формування масиву середніх значень вихідних величин для вибірок в 3 та 5 елементів. Побудова градууювальної характеристики застосуванням методу найменших квадратів. Провести порівняльний аналіз в залежності від значення зсуву характеристики та її чутливості. Зробити висновки. \_\_\_\_\_

6. Перелік графічного (ілюстративного) матеріалу Презентація \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

7. Орієнтовний перелік публікацій Стаття “Методи побудови градувальної характеристики” \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

8. Консультанти розділів дисертації\*

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
Стартап-проект	Бояринова К.О., д.е.н., доцент, викладач кафедри менеджменту		

9. Дата видачі завдання 01.09.2020 року.

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання магістерської дисертації	Строк виконання етапів магістерської дисертації	Примітка
1	Огляд методів. Особливості використання МНК	01.09.2020-10.09.2020	
2	Створення нормально розподіленої випадкової величини	11.09.2020 - 25.09.2020	
3	Формування масиву вхідних величин та відповідних вихідних значень	25.09.2020– 07.10.2020	
4	Побудова градувальної характеристики за допомогою МНК	08.10.2020– 25.10.2020	
5	Побудова градувальної характеристики за допомогою міні-максного методу	26.10.2020-15.11.2020	
6	Підведення підсумків та порівняння методів	16.11.2020 – 30.11.2020	
7	Розробка стартап-проекту	30.11.2020 – 04.12.2020	
8	Оформлення розділів та підготовка до захисту	05.12.2020 – 12.12.2020	

Студент

\_\_\_\_\_ (підпис)

\_\_\_\_\_ (ім'я, прізвище)

Науковий керівник дисертації

\_\_\_\_\_ (підпис)

\_\_\_\_\_ (ім'я, прізвище)

\_\_\_\_\_  
\* Консультантом не може бути зазначено наукового керівника

## **Реферат**

**Магістерська дисертація на тему:** Оцінювання невизначеності градууювальної характеристики засобів вимірювальної техніки.

**Об'єкт дослідження:** Процедура побудови градууювальної характеристики.

**Предмет дослідження:** Точність методів градуювання.

**Мета роботи:** Дослідження ефективності та точності побудови градууювальної характеристики методом найменших квадратів.

**Методи дослідження та апаратура:** Загальний огляд та порівняльний аналіз методів побудови градууювальної характеристики. Оцінювання точності кожного із запропонованих методів. Проведено експеримент щодо ефективності та точності отримання градууювальної характеристики методом найменших квадратів.

**Результати роботи та їхня новизна:** В результаті виконання магістерської дисертації було отримано дані побудови градууювальної характеристики при наявності промахів та без, а також при збільшенні значення промахів. Доведена ефективність та точність побудови при виборі методу найменших квадратів.

## **ABSTRACT**

**Master's dissertation on the subject:** Estimation of uncertainty of calibration characteristic of measuring equipment

**Object of research:** The procedure for constructing a calibration characteristic.

**Subject of research:** Accuracy of calibration methods

**Purpose:** Investigation of the efficiency and accuracy of construction of the calibration characteristic by the method of least squares

**Research methods and equipment:** General review and comparative analysis of methods for constructing a calibration characteristic. Evaluation of the accuracy of each of the proposed methods. An experiment on the efficiency and accuracy of obtaining the calibration characteristic by the method of least squares.

**Results of work and their novelty:** As a result of the master's dissertation, the data of construction of the calibration characteristic in the presence of misses and without, and also at increase in value of misses were received. Proven efficiency and accuracy of construction when choosing the method of least squares.

## ЗМІСТ

Вступ.....	7
1) Розділ 1.....	8
1. Огляд існуючих рішень.....	8
1.1. Метод найменших квадратів.....	16
1.2. Метод Тейла.....	17
1.3. Метод найменших абсолютних відхилень.....	18
1.4. Метод найглибшої регресії.....	19
2) Розділ 2.....	26
2.1) Ефективність методу найменших квадратів.....	26
2.2) Метод максимальної правдоподібності.....	32
2.3) Висновки до розділу.....	
3) Розділ 3.....	36
3. Проведення експерименту.....	36
3.1) Побудова характеристики без промаху.....	36
3.2) Побудова характеристики з промахом.....	42
3.3) Висновки до розділу.....	49
4) Розділ 4.....	50
4. Розробка стартап проекту «Система побудови градуовальної характеристики».....	50
4.1) Опис ідеї проекту (товару, послуги, технології).....	50
4.2) Технологічний аудит ідеї проекту.....	53
4.3) Аналіз ринкових можливостей запуску стартап-проекту....	54
4.4) Розроблення ринкової стратегії проекту.....	64
4.5) Розроблення маркетингової програми стартап-проекту.....	67
4.6) Організація реалізації стартап-проекту.....	70

4.7) Висновки до розділу.....	73
5) Висновки.....	75
Список використаних джерел	

## **ВСТУП**

При проведенні дослідів виникає необхідність у побудові градуовальної характеристики. З її допомогою отримуються результати вимірювань та оцінка похибки, що виникає при цьому. Оскільки на практиці все більше зводять градування до лінійного залежності, то постає питання щодо правильного вибору алгоритму знаходження градуовальної залежності при подібних процесах.

Існує велика кількість статистичних методів, що дозволяють вибрати найбільш оптимальний варіант для положення прямої. Але це повинно відповідати наявним даним.

Метою цієї магістерської дисертації є проведення експерименту побудови градуовальної характеристики методом найменших квадратів та проведення аналізу ефективності даного методу.



## РОЗДІЛ 1

### 1. Огляд існуючих рішень

В багатьох сферах, зокрема в аналітиці, досить часто зустрічаються випадки, коли потрібно будувати лінійні залежності. Для забезпечення правильного результату аналізу побудова градуовальної характеристики має велике значення. Але є ще випадки, коли самі результати вимірювання мають невизначеність, що в свою чергу впливає на побудову градуовальної функції. При градуованні усі розрахункові процедури можна не брати до уваги, якщо використовувати графічні методи. Але тільки чисельні методи дозволяють кількісно дати оцінку відтворюваності результату.

Важливою метрологічною характеристикою засобу вимірювання є градуовальна характеристика, або функція перетворення, яку знаходять у результаті градуовання засобу вимірювання за зразковим засобом (у іноземній літературі цю операцію називають калібрування). Градуовання та визначення інших основних метрологічних характеристик засобів вимірювань зазвичай зіставляють з повіркою засобів вимірювання. Інші метрологічні характеристики визначають у процесі метрологічної атестації. Експлуатаційні характеристики знаходять в процесі випробувань засобу вимірювань, переважно на стадії його розробки.

Градуовальною характеристикою вважається залежність між значеннями величин на виході та на вході засобу вимірювань, побудована у вигляді таблиці, графіку або формули.

Градуовальну характеристику знімають для уточнення результатів вимірювання. До градуовальних характеристик відносяться:

1. номінальна статична характеристика перетворення вимірювального перетворювача;
2. номінальне значення однозначної міри;

3. межі і ціна поділки шкали;
4. види та параметри цифрового коду засобів вимірювань, призначених для видачі результатів у цифровому вигляді.

Функціональна залежність між кількісними величинами повинна бути виражена у вигляді графіку лінійної залежності (рис. 1.1.). Це є необхідною умовою для оцінювання невизначеності при побудові градуовальної характеристики.

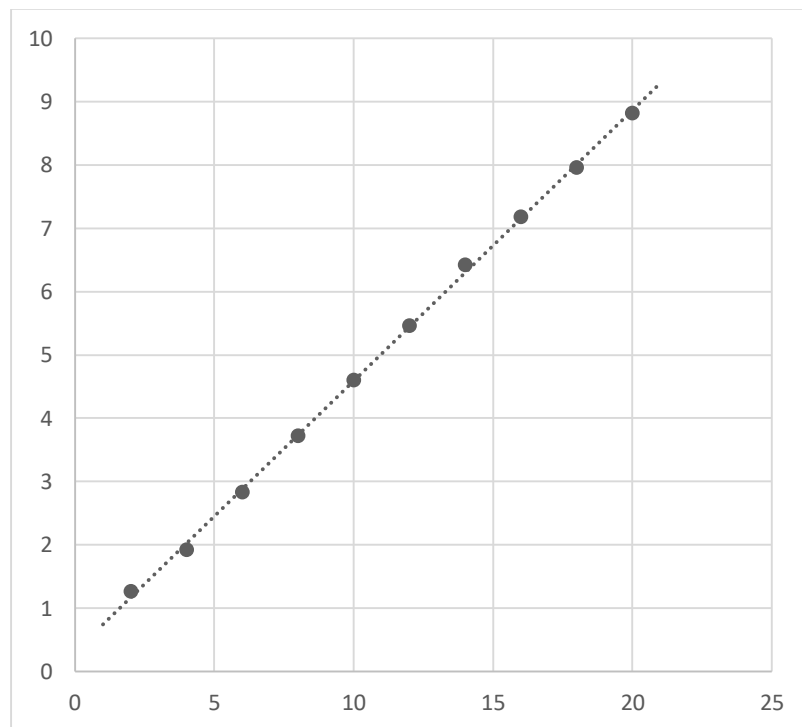


Рис.1.1. Типовий графік лінійної залежності

Під градуовальною характеристикою засобу вимірювань (вимірювального перетворювача або засобу) приймається функціональна залежність між вхідною ( $X$ ) та вихідною ( $Y$ ) величинами.

$$Y = f(X) \quad (1.2)$$

Функціональна залежність, яка побудована на основі результатів вимірювань вхідних та відповідних вихідних величин в  $m$  точках діапазона:  $(x_i, y_i)$ .

Градуювальна характеристика може бути представлена:

- таблицею
- графіком (побудованим із згладжуванням або без згладжування);
- формулою (в аналітичному вигляді).

При аналітичному представленні градуовальної характеристики найбільш важливим для практики являються три групи функціональних залежностей:

- лінійні градуовальні характеристики;
- нелінійні градуовальні характеристики виду:

$$U(Y) = a + b * V(X); \quad (1.3)$$

де  $U$  і  $V$  – вихідна і вихідна величини відповідно,  $a$  та  $b$  – лінійні коефіцієнти рівняння

- приведені до лінійних шляхом заміни змінних:

$$Y' = a + bX', X' = V(X), Y' = U(Y); \quad (1.4)$$

- нелінійні градуовальні характеристики, що являються лінійними комбінаціями відомих функцій:

$$Y = \sum a_j g_j(X) \quad (1.5)$$

де  $g_j$  – відомі функції;  $a_j$  – визначені коефіцієнти

Також розрізняють індивідуальні градуовальні характеристики, побудовані для конкретних екземплярів засобів вимірювання, та типові градуовальні характеристики, побудовані для групи однотипних засобів вимірювання.

При побудові градуовальної характеристики в загальному випадку рекомендується дотримуватися наступної послідовності:

1. отримання вихідних експериментальних даних  $X_j, Y_j$ ;
2. вибір способу представлення і функціонального виду градуювальної характеристики;
3. вибір методу побудови градуювальної характеристики;
4. оцінювання параметрів і побудова шуканої градуювальної характеристики;
5. оцінювання похибок градуювальної характеристики;
6. перевірка адекватності побудованої градуювальної характеристики експериментальними даними.

Вихідні дані для побудови індивідуальних градуювальних характеристик можуть бути отримані з прямих або непрямих вимірювань.

Вихідні дані для побудови типових градуювальних характеристик можуть бути або вихідними даними, що отримані для групи однотипних засобів вимірювання, або побудованими за конкретно вказаними даними індивідуальними градуювальними характеристиками для окремих засобів вимірювання. В останньому випадку порядок побудови типової градуювальної характеристики може мати відмінності від загального порядку та має бути установленим.

При здійсненні вимірювань вхідних та вихідних величин можуть бути випадки планового або непланового експерименту. У випадку планового експерименту потрібно вибирати значення вхідних величин  $X$ , при яких будуть виконуватися вимірювання вихідних величин, та число спостережень у кожній точці. Для отримання вихідних експериментальних даних послідовно відтворюють обрані значення вхідних величин  $X_i$  та вимірюють відповідні їм вихідні величини  $Y_i$ .

У разі непланованого експерименту значення вхідних величин не можуть бути обрані дослідником, а визначаються умовами експерименту. Для отримання експериментальних даних в цьому випадку послідовно вимірюють кожну вхідну величину  $X_i$  і відповідну вихідну величину  $Y_i$ .

При необхідності можливе розбиття діапазону на окремі інтервали та побудова градуювальної характеристики різних видів на інтервалах. Вимоги для

узгодження градуовальної характеристики на сусідніх інтервалах повинні задаватися в конкретних методиках.

Градування — метрологічна операція, за допомогою якої засіб вимірювань (міра або вимірювальний прилад) забезпечується шкалою або градуовальною таблицею (кривою).

Експериментальне визначення градуовальної характеристики засобу вимірювання - є нанесення відміток на шкалу, що відповідають показанням зразкового засобу вимірювань або ж визначення за показаннями зразкового засобу вимірювань уточнених значень величини, відповідних нанесеним позначкам на шкалі робочого засобу вимірювань.

Сигнал, що поступає на вхід засобу вимірювань, називається вхідним сигналом, наприклад тиск, що підводять до манометру, температура середовища для термоелектричного термометра, що погружений в це середовище. Сигнал, що отримуємо на виході засобу вимірювань, називається вихідним сигналом, наприклад показання манометра, що відліковується по шкалі, значення термо-ЕДС, що розвивається термоелектричним термометром. Залежність вихідного сигналу засобу вимірювання від вхідного сигналу, що представлена у вигляді таблиці, графіку або формули, називається градуовальною характеристикою засобу вимірювання. Відношення зміни сигналу на виході вимірювального приладу до зміни вимірювальної величини (вхідного сигналу) називається чутливістю вимірювального приладу.

Градування засобів вимірювальної техніки включає в себе встановлення основних (базисних) статичних градуовальних характеристик і оцінку функцій впливу складу і властивостей контрольованого об'єкта. Недостатня стабільність засобів вимірювань в експлуатації обумовлює необхідність у їх оперативному регулюванні та корекції результатів в процесі спектрального аналізу шляхом введення відповідних поправок в аналітичний сигнал, результат вимірювань або параметри градуовальної функції.

Аналітичний сигнал - фізична величина або комбінація фізичних величин, функціонально пов'язана із вмістом компоненту, який визначається в аналізованій пробі, і реєструється в ході виконання методики аналізу.

Похибка цього сигналу, перетвореного за допомогою градуювальної характеристики, можна надійно перевіряти на основі відтворення атестованих характеристик засобу вимірювання. Порядок проведення перевірки з використанням засобу вимірювання формально збігається з широко поширеною процедурою перевірки засобів по зразковим заходам, коли вимірюється величина, відтворена цим заходом, і результат відтворення зіставляється з її номінальним значенням.

Під перевіркою засобів вимірювання розуміється визначення відповідності їх метрологічних характеристик встановленим значенням в затвердженій для даних засобів вимірювання нормативно-технічній документації.

Якість засобу вимірювань, що відображає незмінність у часі його метрологічних властивостей, називається стабільністю засобів вимірювання. Як правило, вона характеризується стабільністю його градуювальної характеристики. Неоднозначність градуювальної характеристики при збільшенні і зменшенні вимірюваної (вхідної) величини характеризується варіацією. Варіацією називається найбільша різниця між вихідними сигналами засобу вимірювання, відповідними одному і тому ж значенню вхідної величини, або найбільша різниця вхідних сигналів, що відповідають одному і тому ж вихідному сигналу або показаннями приладу.

Для побудови градуювальної характеристики перш за все необхідно вибрати вид залежності вхідної та вихідної величин.

Хоча градуювальні характеристики можуть описуватися різними функціями, можна вважати цілком достатнім обмежитися випадком лінійної залежності. Це обумовлено тим, що розробники методик найчастіше зводять градуювання до знаходження лінійної залежності (для чого або обмежують інтервал, в якому будується градуювальна залежність, лінійною ділянкою, або переходять до координат, в яких ця залежність лінійна).

Іншими словами, можна вважати, що величини  $X$  та  $Y$  зв'язані лінійною залежністю такого типу, як показано нижче:

$$Y = \alpha + \beta X \quad (1.6)$$

Величина  $X$  є незалежною змінною,  $Y$  - залежною змінною, залежність (1.6) є рівнянням регресії або лінійної регресії. Величини  $\alpha$  и  $\beta$  - коефіцієнтами рівняння регресії, а методи знаходження їх оцінок (та похибок цих оцінок) - регресійним аналізом.

У найзагальнішому вигляді теорія регресійного аналізу в різних варіантах, з використанням як параметричних, так і непараметричних методів добре розвинена, хоча постійно з'являються і нові методи. Для вибору методу розрахунку необхідно сформулювати основні припущення, виконання яких обумовлює можливість використання того чи іншого методу.

У переважній більшості випадків, коли градувальна характеристика будується на основі кількісного вимірювання, похибками величин  $X_i$  можна знехтувати. Дійсно, в таких випадках похибка величин  $X_i$  визначається похибками зважування або вимірювання об'єму, які в сумі не перевищують 0.2-0.3% відносної похибки, в той час, як загальна похибка кількісного аналізу в абсолютній більшості випадків більш 1% відносної похибки. Виключенням можуть складати лише рідкісні випадки градування методик по стандартним зразкам складного складу, атестованим методом міжлабораторного експерименту (або міжлабораторні порівняльні випробування). Іншими словами, значення величини компоненту, який визначається в аналізованій пробі, в градувальних зразках відомі з нехтуючою малою похибкою.

Таким чином, данні можуть бути описані в рамках моделі

$$Y = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i \quad (1.7)$$

де  $\alpha$  и  $\beta$  - відрізок, що відсікається на осі ординат та кутовий коефіцієнт рівняння регресії, відповідно,  $\varepsilon_i$  – випадкова помилка.

Існує така вірогідність, що зустрічаються як ситуації практичної відсутності гетероскедастичності, так і зворотні ситуації. Для більшості методів, для яких діапазон зміни величин  $X$  не перевищує 2-х порядків і робота поблизу межі виявлення не ведеться, зміною похибки вимірювань аналітичного сигналу  $Y$  можна знехтувати. Однак для методів з широким діапазоном вимірюваних величин гетероскедастичністю нехтувати неможливо.

Також є питання про розподіл результатів вимірювання аналітичного сигналу  $Y$ . Хоча в більшості випадків припущення про нормальний розподіл результатів вимірювань непогано узгоджується з експериментальними даними при вимірах далеко від межі виявлення, але бувають і винятки. Справа полегшується тим, що неправильне припущення про форму розподілу веде в кінцевому рахунку до незначних похибок в оцінці величини компоненту, який визначається в аналізованій пробі, і позначається в основному на величинах довірчих інтервалів для рівняння регресії. Однак ці інтервали не дуже важливі для оцінки метрологічних характеристик методик кількісного аналізу, оскільки похибки градування автоматично оцінюються в ході атестації цих методик (при коректній організації цієї процедури).

Окрему проблему становлять порівняно часто зустрічаються в аналізі грубі промахи. Ця проблема повинна особливо враховуватися при виборі методів побудови градувальної характеристики.

З урахуванням всіх наведених міркувань необхідно вибрати оптимальний спосіб оцінки коефіцієнтів  $\alpha$  та  $\beta$ . Розглянемо такі, найбільш відомі, методи:

1. метод найменших квадратів;
2. міні-максний метод;
3. метод Тейла;



4. метод найменших абсолютних відхилень;
5. метод «найглибшої» регресії.

### 1.1. Метод найменших квадратів

Математичний метод, застосовуваний для вирішення різних завдань, заснований на мінімізації суми квадратів відхилень деяких функцій від шуканих змінних.

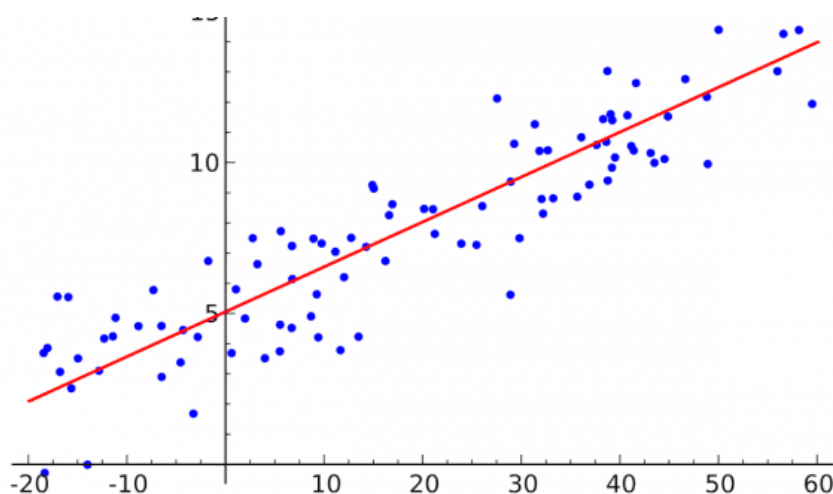


Рис.1.8. Метод найменших квадратів

Метод найменших квадратів (далі - МНК) традиційний і широко поширений. Оцінки коефіцієнтів  $a$  та  $b$  в цьому методі шукаються з умови мінімуму суми квадратів вертикальних відрізків – відстаней від експериментальних точок до шуканої прямої. Наведемо відомі вирази для оцінок величин  $a$  та  $b$ :

$$b = \frac{m \sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{m \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}, \quad (1.9)$$

$$a = \frac{(\sum Y_i - b \sum X_i)}{m}. \quad (1.10)$$

Застосування МНК цілком коректно при нехтуванні малих похибок значення величин  $X_i$ , відсутності гетероскедастичності і нормального розподілу величини  $Y$ . При помітній гетероскедастичності застосовують зважений МНК.

## 1.2. Метод Тейла

За цим методом знаходять кутові коефіцієнти прямих, які можна провести через будь-яку з пар точок  $(X_i, Y_i)$  та  $(X_j, Y_j)$  ( $X_i \neq X_j$ ,  $Y_i \neq Y_j$ ):

$$b_j = \frac{Y_j - Y_i}{X_j - X_i} \quad (1.11)$$

і розраховують медіану всіх  $b_{ij}$ . Це і буде оцінкою коефіцієнта  $\beta$ :  $b = \text{median}(b_{ij})$ . Як і в методі найменших квадратів, відрізок, що відсікається на осі ординат, зазвичай знаходять з умови проходження прямої через точку  $(\bar{X}, \bar{Y})$ .

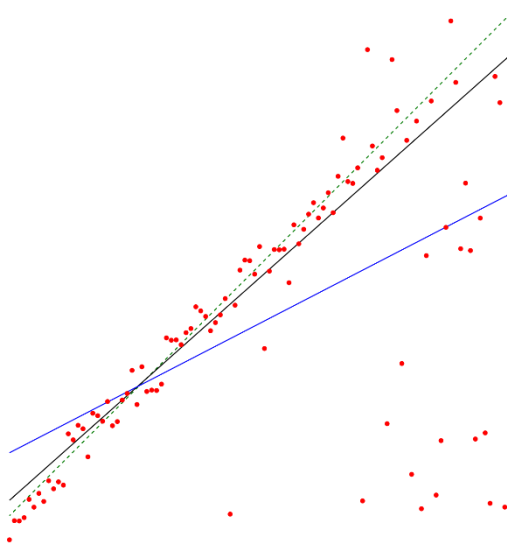


Рис.1.12. Функція Тейла

Функція Тейла — це медіана ( $m$ ) коефіцієнтів нахилу  $(y_j - y_i)/(x_j - x_i)$  по усім парам точок вибірки. Медіана коефіцієнтів нахилу береться тільки по парам

точок, що мають різні координати  $x$ . Функція Тейла визначає для кожної точки вибірки  $(x_i, y_i)$  медіану  $m_i$  коефіцієнтів нахилу  $(y_j - y_i)/(x_j - x_i)$  прямих, що проходять через эту точку, а вже потім вираховується спільна функція як медіана цих медіан.

Але метод Тейла – непараметричний. Його перевагою є те, що в його основі практично не лежать припущення про розподіл результатів вимірювань. На жаль, цей спосіб може підійти тільки при великих  $m$  ( $m > 30$ ).

### 1.3. Метод найменших абсолютних відхилень

Передбачає пошук прямої, сума абсолютних величин вертикальних відрізків від експериментальних точок до якої мінімальна. Даний метод схожий з методом найменших квадратів, проте гірше обґрунтований теоретично. Він є дещо більш стійким до грубих промахів.

Також є ще одна не менш важлива особливість методу найменших абсолютних відхилень – це те, що можливо отримати декілька рішень, які слід перевіряти та відкидати у випадку несумісності рішення. В той час, як з використанням методу найменших квадратів, можливо отримати тільки одне рішення.

При використанні даного методу, відносні відхилення критерію  $f_k$  має наступний вигляд:

$$\rho_k = \left| \frac{f_k^* - f_k(X)}{f_k^*} \right|, (k = 1 \dots K) \quad (1.13)$$

Шукана функція приймає такий вид:

$$\rho = \rho_k \rightarrow \min \quad (1.14)$$

Умова рівності відхилень присвоює до системи границі рівності (1.13)

$$\left| \frac{f_1^* - f_1(X)}{f_1^*} \right| = \left| \frac{f_k^* - f_k(X)}{f_k^*} \right| \quad (1.15)$$

Вкрай важливо насамперед виділити області компромісу, тому що знайдені після цього рішення можуть бути помилковими або взагалі неефективними.

## 1.4. Метод «найглибшої» регресії

Передбачає пошук класу прямих, які при обертанні навколо будь-якої точки «накривають» максимальне число експериментальних точок. Із сукупності прямих, які відповідають цій умові, вибирається середня. Основною перевагою цього непараметричного методу є стійкість до грубих промахів.

При вирішенні задачі про градування можуть використовуватися всі перераховані методи знаходження коефіцієнтів  $a$  і  $b$ . Найкраще працює метод найменших квадратів. Метод найменших абсолютних відхилень працює дещо гірше, ніж МНК, але слабкіше реагує на грубі промахи. Метод «найглибшої» регресії і метод Тейла майже не реагують на грубі промахи. Таким чином, оскільки припущення зазвичай непогано виконуються, все зводиться до проблеми грубих промахів.

У зв'язку з проблемою грубих промахів необхідно згадати про корисне поняття, таке як «точка нестійкості» (англ. «breakdown point», BDP). Вона являє собою відсоток грубих промахів, які можуть бути відкинуті при використанні розглянутого методу розрахунків без ризику, що регресійна лінія значимо зміниться. Можна показати, що ця величина не може перевищувати 50%. Для методу найменших квадратів і методу найменших абсолютних відхилень показник BDP дорівнює нулю, оскільки відкидання навіть однієї точки може сильно змінити рівняння регресії. Особливий інтерес викликають методи з  $BDP > 20\%$ . Описаний вище алгоритм Тейла має BDP близько 30%, метод «найглибшої» регресії 33%.

Однак метод Тейла практично непридатний для розглянутих методів вимірювань через мале число експериментальних точок.

На жаль, грубі промахи відносно часто зустрічаються при кількісному аналізі та інших складних вимірах в силу багатостадійності і складності використовуваних методик, і можливість їх появи можна ігнорувати. З цієї точки зору доцільним є використання робастних методів, зокрема, методу «найглибшої» регресії.

Іншою можливістю є використання методу найменших квадратів після відкидання грубих промахів. В цьому випадку використовуються всі переваги МНК. Розглянемо цей спосіб детальніше.

Перш за все необхідно визначити можливу кількість грубих промахів, які можуть з'явитися при виконанні градування. Оскільки загальне число вимірювань  $m = Nk$  для розглянутих методів майже ніколи не перевищує 12. Найчастіше використовуються 4 або 5 градувальних зразків і для кожного виконується 3 або 2 вимірювання. Тобто, можна стверджувати, що ймовірність появи більш ніж одного грубого промаху мала. Дійсно, при налагодженій процедурі вимірювань ймовірність грубого промаху для одиничного вимірювання не перевищує 0.02. Це можна вважати оцінкою верхньої межі, насправді ця величина зазвичай менше. При цьому ймовірність появи одного грубого промаху під час градування в цілому менше 0.22, а двох - менше 0.05. Іншими словами, ймовірністю появи двох грубих промахів відразу в ході градування можна знехтувати.

Для виявлення грубих промахів при регресійному аналізі найчастіше використовуються методи, засновані на аналізі залишків  $e_i = Y_i - \hat{Y}_i$ , де  $\hat{Y}_i = a + bX_i$  - точки на знайденій прямій, відповідні  $X_i$ . Коректно розраховувати «студентизовані» залишки

$$r_i = \frac{e_i}{[s_{Y/X(1-h_i)}]^{1/2}} \quad (1.16)$$

де  $s_{Y/X}$  - стандартне відхилення залишків  $e_i$  та

$$h_i = \frac{1}{m} + \frac{(X_i - \bar{X})^2}{(m-1)S_X^2} \quad (1.17)$$

$$S_X^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{m - 1} \quad (1.18)$$

До величин  $r_i$  можна застосувати всі методи виявлення грубих помилок, розроблені для нормально розподілених сукупностей. Іншим способом є використання відстані Кука  $d_i$ , статистики, яка показує ступінь зміни коефіцієнтів рівняння регресії при виключенні окремої точки

$$d_i = \frac{e_i^2 h_i}{s_{Y/X}^2 (1 - h_i)^2} \quad (1.19)$$

Величини  $d_i$  завжди більше нуля і в нормі не перевищують 1. Якщо  $d_i$  більше 1, то відповідну величину розглядають як грубий промах.

Після відкидання грубого промаху (якщо він був достовірно виявлений) ніщо не заважає застосовувати метод найменших квадратів для знаходження оцінок  $a$  і  $b$ . Слід пам'ятати, що метод найменших квадратів справджується тільки для лінійних рівнянь, або для таких рівнянь, що припускають можливість лінеаризації.

Також оцінки методу найменших квадратів мають вагомні переваги, такі як:

1. незміщенність (математичне сподівання параметра дорівнює істинному його значенню, для парної регресії).- це значить, що вибіркові оцінки параметрів концентруються біля істинних невідомих значень регресії.
2. спроможність (дисперсія оцінки наближається до нуля кількості вимірювань) - ця властивість означає, що при збільшенні кількості проведення спостережень, оцінки параметрів стають більш надійними, тобто концентруються ще щільніше біля істинних невідомих значень параметрів.

3. ефективність – це говорить про те, що оцінки мають відносно малу дисперсію, якщо порівняти з будь-якими іншими лінійними та незміщеними оцінками цього параметра.

Таким чином, для оцінки коефіцієнтів градуовальної характеристики при кількісному аналізі доцільно використовувати метод найменших квадратів після відкидання грубих промахів. Хоча виконання основних припущень необхідно перевіряти для кожної методики. Зазвичай це робиться (або має робитися) при дослідженнях методики в ході її атестації.

### **Регресійний аналіз**

Регресійний аналіз використовується в тому випадку, якщо відношення між змінними можуть бути виражені кількісно у виді деякої комбінації цих змінних. Отримана комбінація використовується для передбачення значення, що може приймати цільова (залежна) змінна, яка обчислюється на заданому наборі значень вхідних (незалежних) змінних. У найпростішому випадку для цього використовуються стандартні статистичні методи, такі як лінійна регресія.

Задачами регресійного аналізу є:

- Визначення ступеня детермінованості варіації критеріальної (залежної) змінної предикторами (незалежними змінними).
- Прогнозування значення залежної змінної за допомогою незалежної.
- Визначення внеску окремих незалежних змінних у варіацію залежної.

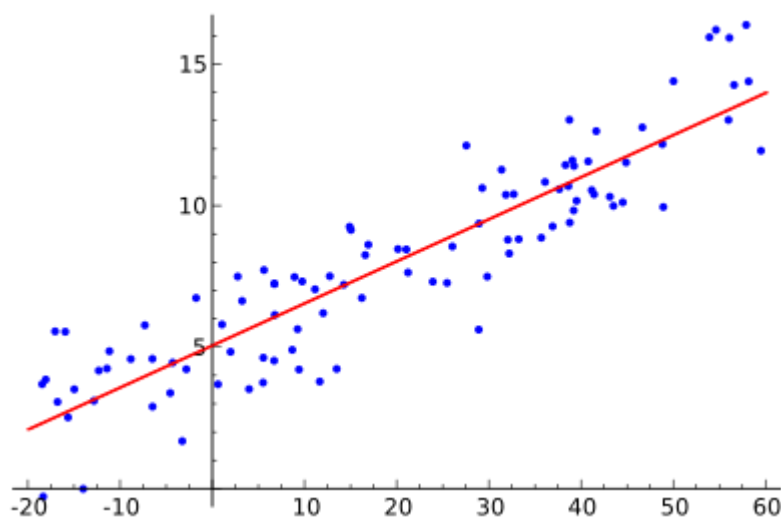


Рис. 1.20. Лінія регресії

Регресійний аналіз не можна використовувати для визначення наявності зв'язку між змінними, оскільки наявність такого зв'язку і є передумова для застосування аналізу.

До припущень, що лежать в основі регресійного аналізу, відносяться:

1. Для здійснення прогнозування вибірка повинна бути репрезентативна для даної сукупності.
2. Похибка є випадковою величиною із нульовим умовним математичним сподіванням для описових змінних.
3. Незалежні змінні виміряні без похибки.
4. Незалежні змінні є лінійно незалежними, тобто. не можливо вирази будь-яку з цих змінних як лінійну комбінацію інших змінних.

Наявність рівняння регресії дає змогу оцінити поведінку об'єкта, знайти прогнози поведінки цього об'єкту. Розв'язання задачі оцінювання параметрів дає привід роздивитися на поведінку вихідної величини  $Y$  при незмінному значенні вхідної величини  $X$ . Лінія регресії дає зрозуміти, як буде змінюватися вихідна



величина  $Y$  при незмінному значенні вхідної величини  $X$ . Задачею даного аналізу є вибір залежності, що відповідає теоретичній лінії регресії.

При дослідженні з використанням регресійного аналізу розв'язується у одному з напрямів. Це залежить від виду залежності. Якщо вид відомий – то потрібно знайти якнайточніше оцінки коефіцієнтів регресії. Якщо вид невідомий – то в такому разі висувається гіпотеза про вид непередбачуваної залежності, математичну модель слід перевірити на адекватність об'єкту. У гіршому випадку, якщо вияснилось, що модель не адекватна, то гіпотеза змінюється та потрібно знову проводити статистичну обробку.

Проведення кількісного аналізу, як правило, включає в себе побудову градування, тобто знаходження градуовальної функції експериментальним шляхом. Для цього вимірюється аналітичний сигнал для серії зразків порівняння, в результаті виходить масив даних:  $\{x_i, y_i\}$ , де  $x$  - зміст визначального компонента,  $y$  - аналітичний сигнал. На площині, як показано на рис.1.2., кожний вимір можна уявити точкою:

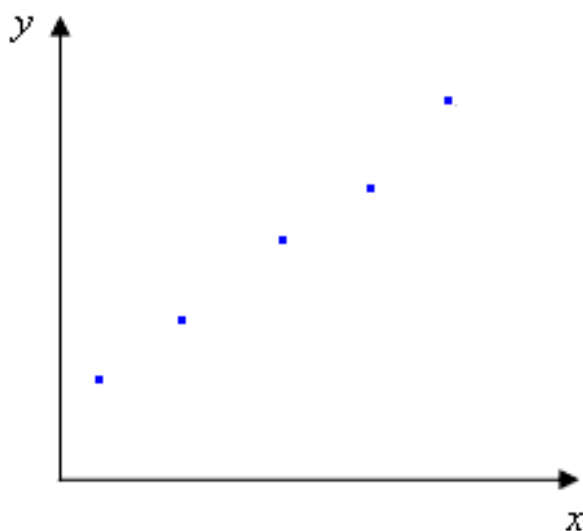


Рис.1.21. Площина виміру

Градуовальна функція  $y = f(x)$  визначається методами регресійного аналізу. Прямо через точки проводити ламану і вважати її градуовальною функцією не

можна, тому що вимірюваний сигнал містить похибку. Тобто необхідно:

1. визначити до кінця функцію (між точками)
2. мінімізувати похибку
3. вибрати тип залежності.

Тип функції залежності вибирається виходячи з зовнішньої інформації (розташування точок на площині) і з загальних міркувань щодо фізичних і хімічних законів, що зв'язують аналітичний сигнал з вмістом визначається компонента. Найбільш часто використовується лінійна залежність.

Позначимо  $k$  - число параметрів градуовальної функції,  $n$  - число вимірювань. Ми отримуємо систему рівнянь такого виду:

$$\begin{cases} y_i = f(x_i) \\ \dots \\ y_n = f(x_n) \end{cases} \quad (1.22)$$

Розглянемо різні варіанти співвідношень  $n$  та  $k$ :

- 1)  $n < k$  - даних недостатньо. Необхідно провести більше вимірів або спростити модель - зменшити число параметрів.
- 2)  $n = k$  - у системи єдине точне рішення. Однак в цьому випадку не можна оцінити похибку вимірювання.
- 3)  $n > k$  - система рівнянь несумісна і не має точного рішення. Існує безліч наближених рішень, виникає завдання апроксимації.

На практиці найбільш поширений останній випадок. Розглянемо його більш детально на прикладі лінійного регресійного аналізу, тобто градуовальна залежність має лінійний вигляд, визначається двома параметрами  $a$  та  $b$ .

Необхідно знайти  $a$  та  $b$  такі, щоб похибка була мінімальною. Тому можна застосувати один з найбільш поширених методів знаходження параметрів лінійної залежності.

## Розділ 2

### 2. Ефективність методу найменших квадратів

Метод найменших квадратів є одним з методів регресійного аналізу для оцінки кількісно відомих та невідомих величин. Даний метод також застосовується для наближеного відображення заданої характеристики іншими функціями.

Завданням методу найменших квадратів полягає у виборі потрібного вектору, що мінімізує похибку. Ця похибка і є відстань від вектору. Є важливим той факт, що необхідно зводити до системи нормальних рівнянь, що вирішуються за звичайними алгебраїчними алгоритмами.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z + \dots + n_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2z + \dots + n_2 = 0 \\ a_3x + b_3y + c_3z + \dots + n_3 = 0 \\ \dots \\ \dots \\ a_mx + b_my + c_mz + \dots + n_m = 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

Не у всіх випадках можна запровадити метод найменших квадратів, оскільки це може дати свій вплив на результат в подальшому. Наприклад, зміщення параметрів оцінювання, зниження їх стійкості, або взагалі можливі випадки, коли взагалі неможливо отримати рішення при вирішенні тієї чи іншої задачі. Тобто, існують і такі ситуації, де запровадження методу найменших квадратів є неумісним або взагалі немає сенсу.

Передумови методу найменших квадратів:

- 1) Похибка аргументу (x) дуже мала в порівнянні з похибкою у
- 2) Похибка у постійна (не залежить від x) - постулат рівноточних (в умовах реального експерименту похибка зазвичай зростає із зростанням у)
- 3) Дані підкоряються нормальному закону розподілу

- 4) Дані незалежні, коефіцієнт кореляції  $r(y_i, y_j) = 0$
- 5) Відхилення градувальної функції від експериментальних даних мінімально.

В рамках методу найменших квадратів мінімізується величина де  $Y_i$  - величина аналітичного сигналу, розрахована за рівнянням  $Y = ax + b$ ,  $y_i$  - експериментальна величина аналітичного сигналу.

З урахуванням всіх передумов виходять такі вирази для  $a$  та  $b$ :

$$b = \frac{m \sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{m \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}, \quad (2.2)$$

$$a = \frac{(\sum Y_i - b \sum X_i)}{m}. \quad (2.3)$$

Було відзначено, що вимірюваний сигнал містить похибку, отже, параметри градувальної моделі, а також результати аналізу, отримані з використанням цієї моделі, також будуть містити похибку.

Для оцінки похибки в регресійному аналізі вводиться поняття дисперсії адекватності (або залишкової дисперсії). Це дисперсія щодо регресійній моделі:

$$S_{ад}^2(y) = \frac{\sum (Y_i - y_i)^2}{n - k} \quad (2.4)$$

де  $y$  - експериментальне значення аналітичного сигналу,  $Y$  - розрахована за рівнянням градування значення аналітичного сигналу,  $n$  - число вимірювань,  $k$  - число параметрів моделі (для лінійної градування  $k = 2$ ).

Неважко буде помітити, що при побудові градування методом найменших квадратів дисперсія адекватності буде мінімальною.

Залишкова дисперсія дозволяє оцінити адекватність градувальної моделі. Для цього необхідно порівняти дисперсію адекватності і дисперсію

відтворюваності (дисперсію аналітичного сигналу для одного зразка при серії паралельних вимірювань) за критерієм Фішера:

$$S_{ад}^2(y) \geq S_e^2(y) \quad (2.5)$$

Можливі три випадки:

- 1)  $S_{ад}^2(y) > S_e^2(y)$  - говорить про те, що обрана модель погана. Потрібно більше параметрів.
- 2)  $S_{ад}^2(y) < S_e^2(y)$  - означає, що модель занадто ідеальна. Потрібно зменшити число параметрів, тому що модель описує ще й похибка.
- 3) Різниця незначна - хороша модель. Якщо існує кілька хороших моделей, вибирають найпростішу. При цьому можна усереднити дисперсію адекватності і дисперсію відтворюваності (з урахуванням числа ступенів свободи) і отримати загальну дисперсію  $S^2(y)$ , яка буде служити оцінкою випадкової похибки моделі.

Далі необхідно оцінити похибка коефіцієнтів моделі. Оскільки вони розраховуються лінійним перетворенням, то вони підкоряються нормальному закону розподілу. Для розрахунку відповідної дисперсії необхідно скористатися законом поширення похибки:

якщо  $f = f(x_1, x_2 \dots x_n)$ , то - за умови, що аргументи  $x_i$  не корелюють між собою.

В даному випадку ця умова виконується (це одна з передумов даного методу), тому, застосувавши закон поширення похибки до формул для коефіцієнтів лінійної моделі а і b, отримаємо такі вирази:

$$S^2(a) = \frac{n}{n \sum x_i^2} * S^2(y) \quad (2.6)$$

$$S^2(b) = \frac{\sum x_i^2}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} * S^2(y) \quad (2.7)$$

Далі необхідно перевірити, значимі чи коефіцієнти  $a$  і  $b$  - тобто перевірити за критерієм Стюдента, значимо чи відміну коефіцієнтів від нуля.

Якщо коефіцієнт  $b$  незначимо відрізняється від нуля, то необхідно його відкинути, перейти до моделі  $y = ax$  і заново перерахувати рівняння градування, дисперсію адекватності і т.д.

Якщо коефіцієнт  $a$  незначимо відрізняється від нуля, то це фактично говорить про те, що аналітичний сигнал не пов'язаний з концентрацією, або похибка вимірювання настільки велика, що на її тлі неможливо виділити взаємозв'язок визначеного змісту і аналітичного сигналу. Градування в даному випадку побудувати не можна. Потрібно або збільшити число вимірювань і повторити розрахунки, або вибрати інший метод.

Але, як правило, коефіцієнти  $a$  і  $b$  не цікавлять аналітика самі по собі. Необхідно розрахувати похибка визначення з використанням даного градування. При цьому виникають два типи завдань:

**1) Пряме регресійне завдання.** Дано значення  $x$ , необхідно оцінити відповідне значення  $Y$  та похибку  $\Delta Y$ .

Обчислення проводяться за такою формулою:

$$S^2(Y) = S^2(y) * \left( \frac{n}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} * (x - \bar{x})^2 + \frac{1}{n} \right) \quad (2.8)$$

де  $\bar{x}$  - середня абсциса усіх точок градування.

Необхідно відзначити наступний факт:  $S^2(Y)$  - різна, а  $S^2(y)$  припускали однаковою. Особливо велика похибка за межами градуйованого графіка, тобто потрібно, за можливістю, так вибирати зразки порівняння, щоб градуйований графік покривав весь діапазон визначених змістів.

**2) Обернене регресійне завдання.** Найбільш практично значимий тип завдань - за вимірюваним значенням  $y$  розрахувати відповідне значення  $X$  і оцінити його похибка:

$$S^2(X) = \frac{S^2(y)}{a^2} * \left( \frac{1}{n} + \frac{1}{m} + \frac{n}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \right) * (y - \bar{y}) * \left( \frac{1}{a^2} \right) \quad (2.9)$$

де  $m$  - число паралельних вимірювань,

У наведеній формулі перший доданок враховує похибку  $a$ , друге - внесок похибки паралельних вимірювань  $y$ , третє - похибка  $b$ .

Також при використанні методу найменших квадратів є необхідним наявність гетероскедастичності дисперсії залишків. Гетероскедастичність, у цьому випадку означає, що розподіл залишків  $e_i$  завжди однакова для кожного значення  $x_i$ . Це може призводити до того, що оцінки коефіцієнтів регресії не мають мінімальної дисперсії. Вплив гетероскедастичності на оцінку прогнозуючого інтервалу означає, що дисперсії та похибки оцінок, які є стандартними, будуть зміщеними. Але коефіцієнти залишаються без змін.

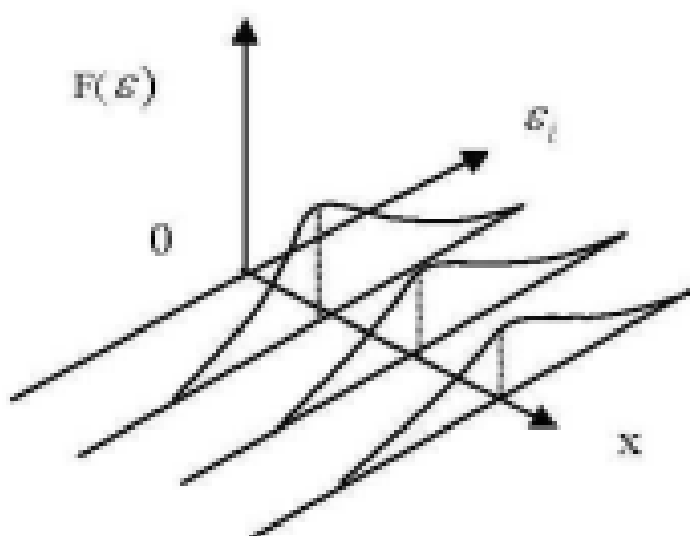


Рис.2.10. Гетероскедастичність

У випадку від'ємного зміщення похибки оцінок будуть меншими, ніж повинні бути, а критерій перевірки буде більшим. А у випадку додатнього зміщення похибки оцінок будуть більшими, а критерії перевірок навпаки – меншим. Тобто, може призвести до помилкового прийняття рішення.

Для кожного значення  $x_i$  залишки  $e_i$  повинні бути однаковими розподілами. Якщо така умова не дотримується, то дисперсія залишків буде набувати максимального значення величини при середніх значеннях  $x_i$  та мінімального значення при мінімальних та максимальних значеннях  $x_i$ , як це показано на рис. 2.11.

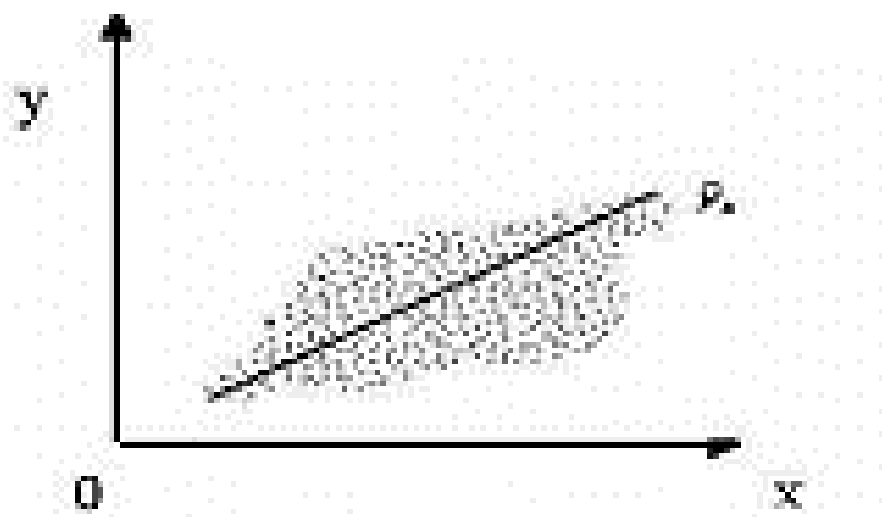


Рис. 2.11.

Або можливі випадки, що максимальна дисперсія залишків відбувається при малих значеннях величини  $x$  та дисперсія залишків залишається однорідною при зростанні значення величини  $x$ , як показано на рис. 2.12.



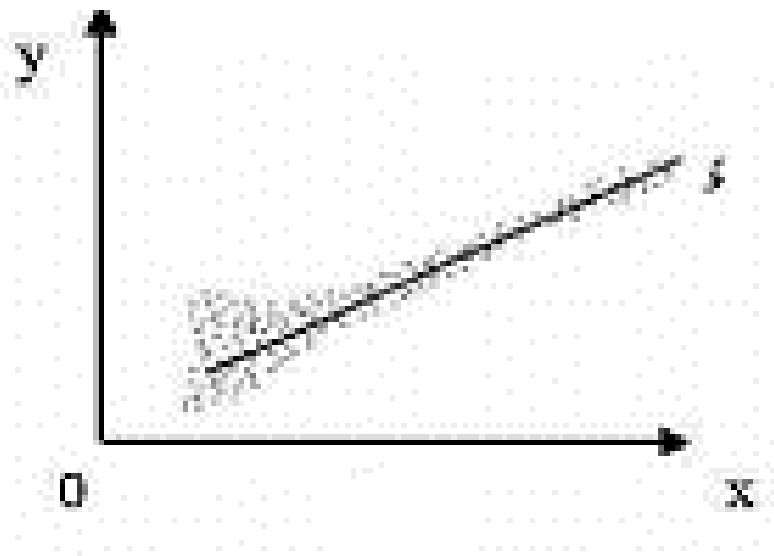


Рис. 2.12.

Тобто, судячи з наведених графіків, стає відомо, що гетероскедастичність є явищем, що означає різну дисперсію залишків. Але це відбувається тільки у випадку, коли йдеться мова про випадкові величини.

## 2.1. Метод максимальної правдоподібності

Метод максимальної правдоподібності є досить відомим методом, який використовується для створення статичних моделей на основі отриманих даних та дає змогу дати оцінки параметрів моделей.

Для фіксованого набору даних та базової вірогідності моделі, застосовуючи даний метод, можна отримати значення параметрів моделі, які свідчать, що дані являються більш близькими до реальних. Оцінка методом максимальної правдоподібності можлива та являється простим способом визначити рішення у випадках, коли фігурують величини нормального розподілу.

Метод максимальної правдоподібності справджується для багатьох статичних моделей, таких як:

1. лінійні моделі
2. факторний аналіз;
3. моделювання структурних рівнянь;
4. випадки, пов'язані з перевіркою гіпотез;
5. дискретні моделі вибору.

Відомо, що умовне математичне сподівання  $Y$  є лінійно залежним від поточного значення  $x$ . Це є основою для знаходження оцінок метом найменших квадратів. Але похибка вихідної вимірюваної величини є незалежною і має нормальний розподіл. Тоді й значення величини  $\tilde{y}$  на виході будуть випадковими та матимуть такий самий розподіл.

Можна розглянути такий випадок, при якому найкраща оцінка параметра випадкової величини буде оцінка, що є найбільш вірогідною за результатами проведення дослідів. Це буде необхідно для визначення оцінок коефіцієнтів лінійної парної регресії.

В такому випадку можемо розглянути метод максимальної правдоподібності, суть якого полягає у виборі такої гіпотези, коли вірогідність отримання величин під час процесу вимірювання, була б максимальною (або правдоподібною).

Якщо при кожному значенні  $x$  значення  $y$  мають розподіл по нормальному закону із середнім значенням, що знаходяться на прямій регресії, то умовна щільність вірогідності  $Y$  буде визначатися за наступною формулою:

$$p(\tilde{y}_i | x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{\frac{-(\tilde{y}_i - \bar{y}_i)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.13)$$

При наявності вибірових точок, в яких проводився експеримент, знаходиться функція правдоподібності  $L$ , що дорівнює добутку умовних вірогідностей вихідних величин, параметри розподілу яких відповідають максимуму вірогідності появи наявного значення випадкової величини:

$$L = \prod_{i=1}^N p(\tilde{y}_i | x_i) \rightarrow \max \quad (2.14)$$

Якщо врахувати попередні формули, то отримаємо:

$$L = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^N \sigma^N} * e^{\sum_{i=1}^N \frac{[-(\tilde{y}_i - \bar{y}_i)]}{2\sigma^2}} \quad (2.15)$$

Також преведемо процедуру логарифмування:

$$\begin{aligned} \ln L &= \ln \left[ \frac{1}{\sqrt{(2\pi)}^N * \sigma^N} \right] - \frac{\sum_{i=1}^N (\tilde{y}_i - \bar{y}_i)^2}{2\sigma^2} * \ln e \\ &= \ln 1 - N \ln \sqrt{2\pi} - N \ln \sigma - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^N (\tilde{y}_i - \bar{y}_i)^2 \\ &= -N \ln \sqrt{2\pi} - \ln \sigma - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^N (\tilde{y}_i - \bar{y}_i)^2 \end{aligned}$$

Є необхідність знайти у визначенні коефіцієнтів, при яких сама функція правдоподібності набуває максимального значення.  $\ln L$  буде набувати максимального значення тільки тоді, коли третій доданок правої частини рівняння буде набувати мінімального значення, тому що перший та другий – є константами. Тобто, є необхідність і у дослідженні умови, що має забезпечувати мінімізацію.

$$\sum_{i=1}^N (\tilde{y}_i - a_0 - a_1 x_i)^2 \quad (2.16)$$

### **2.3. Висновки до розділу**

Таким чином, можна зробити висновок, що метод найменших квадратів є окремим випадком методу максимальної правдоподібності. Але це справджується при нормальному розподілі випадкових величин. Оцінки, що були знайдені були знайдені методом найменших квадратів, будуть також мати властивості максимальної правдоподібності, тобто будуть найбільш вірогідними. Можна зробити висновок, що чим більша правдоподібність, тим модель буде краще узгоджуватись із даними з вибірки.

## РОЗДІЛ 3

### 3. Проведення експерименту

У цьому розділі детально описується проведення експерименту використання методу найменших квадратів для побудови градувальної характеристики.

Необхідно знайти рівняння лінійної регресії, що лежить в основі градуального графіку. Також потрібно побудувати градувальний графік та визначити помилку коефіцієнтів лінійної регресії. В подібному випадку можливе застосування методу найменших квадратів, принцип якого полягає у тому, що сума квадратів відхилень від досліджуваної лінії була б мінімальною. Порівнюються відхилення по обидві сторони від лінії. Тобто, різниця квадратів відхилень лівої та правої частин зводиться до мінімального значення.

#### 3.1. Побудова характеристики без промаху

Оскільки проводиться моделюючий дослід, можна отримати необхідні значення вихідної та вхідної величин, як показано в таб. 3.1., скориставшись генератором випадкової величини, розподіленої по нормальному закону. Для наглядності розподіл буде здійснено за зростанням, так як потрібно мати послідовний набір точок.

Таблиця 3.1. – Таблиця вхідних даних

$i$	$x$
1	2
2	4
3	6
4	8
5	10
6	12
7	14

8	16
9	18
10	20

Маємо значення вхідної величини. Маючи характеристику реального вимірювального каналу, можна дізнатись значення вихідної величини. Рівняння моделі буде приймати вид лінійної залежності між вхідною та вихідною величинами:

$$y = 0,2 + 0,43x \quad (3.2)$$

Підставивши відповідні значення  $x$ , можна отримати значення вихідної величини  $y$  та необхідні для розрахунку значення. Результат розрахунку подано у таблиці 3.3.

Таблиця 3.3. – Таблиця вихідних даних

$i$	$x$	$y$	$xy$	$x^2$	$y^2$
1	2	0,54	1,08	4	0,2916
2	4	0,61	2,44	16	0,3721
3	6	0,62	3,72	36	0,3844
4	8	0,65	5,2	64	0,4225
5	10	0,74	7,4	100	0,5476
6	12	1,04	12,48	144	1,0816
7	14	1,56	21,84	196	2,4336
8	16	1,67	26,72	256	3,6864
9	18	1,92	34,56	324	3,6864
10	20	1,97	39,4	400	3,8809

На основі вихідних даних побудуємо графік розположення точок:

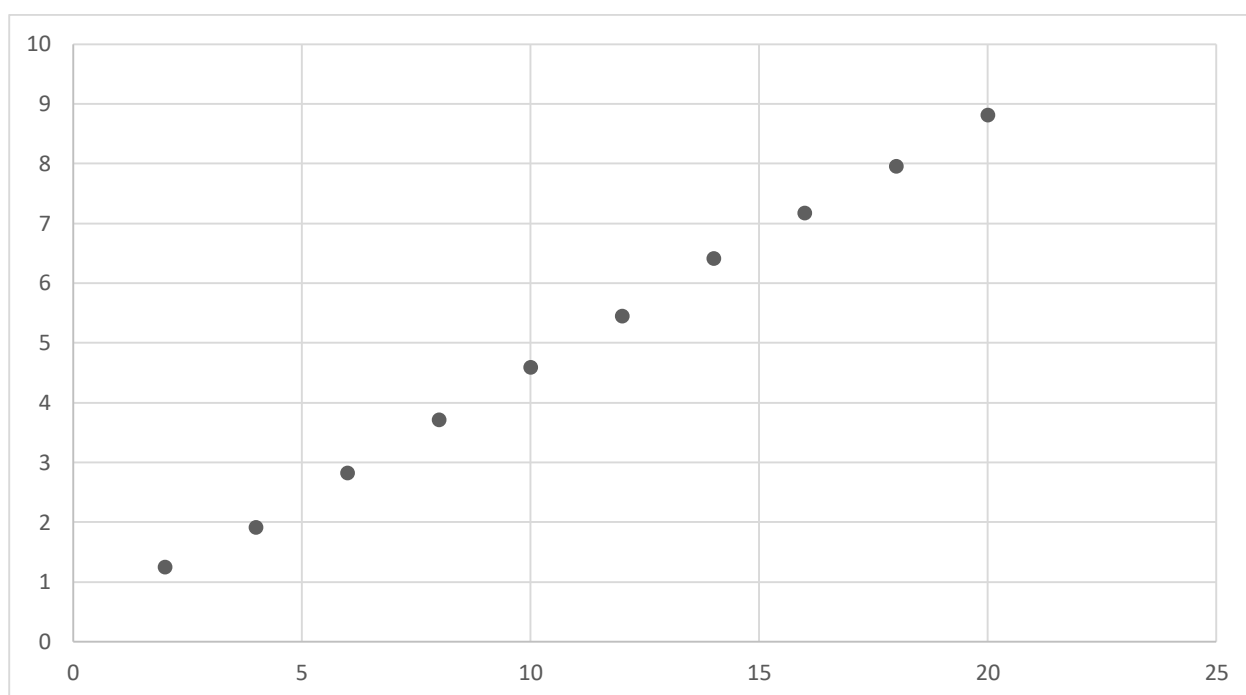


Рис. 3.4. Графік розположення точок

Оцінки параметрів  $a$  і  $b$  будуть розраховані методом найменших квадратів:

$$b = \frac{m \sum X_i Y_i - \sum X_i Y_i}{m \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}, \quad (3.5)$$

$$a = \frac{(\sum Y_i - b \sum X_i)}{m}. \quad (3.6)$$

Підставивши відповідні значення, отримуємо результат розрахунку перших трьох та п'яти значень у вигляді таб. 3.6.:

Таблиця 3.7. – Значення  $a$  і  $b$ 

$m$	$a$	$b$
3	0,51	0,02
5	0,5	0,022

Скористаємось для підстановки формулою розрахунку середнього квадратичного відхилення  $Y$ :

$$S^2(Y) = S^2(y) * (\frac{n}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} * (x - \bar{x})^2 + \frac{1}{n}) \quad (3.8)$$

Для розрахунку середніх квадратичних відхилень  $a$  і  $b$ , та будемо мати:

$$S^2(a) = \frac{n}{n \sum x_i^2} * S^2(y) = 0,025 \quad (3.9)$$

$$S^2(b) = \frac{\sum x_i^2}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} * S^2(y) = 0,003 \quad (3.10)$$

Щодо величини  $d_i$ , що розраховується за формулою:

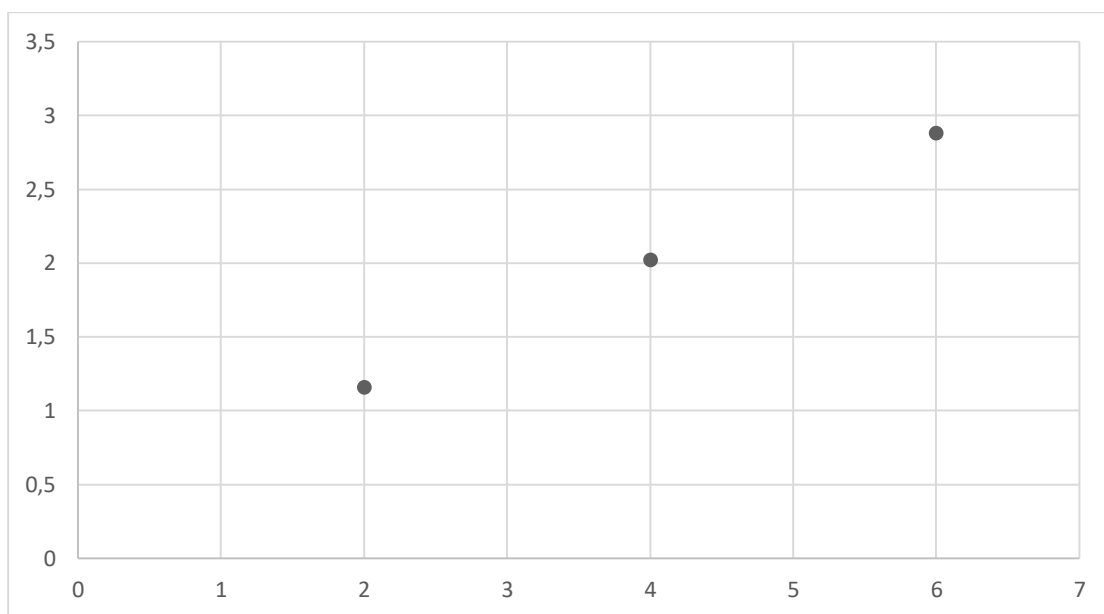
$$d_i = \frac{e_i^2 h_i}{s_{Y/X}^2 (1-h_i)^2} \quad (3.11)$$

По розрахованим значенням визначається степінь близькості, який має бути нормованим у межах 0-1. Якщо його значення наближено дорівнює 1, то є сенс використовувати й надалі рівняння регресії. Якщо  $d_i > 1$ , то це означає, що дана величина є неприйнятною і її слід розглядати як грубий промах. У нашому випадку розрахунок дає результат, що  $d_i = 0,97$ . Тобто, рівняння лінійної залежності приймається.

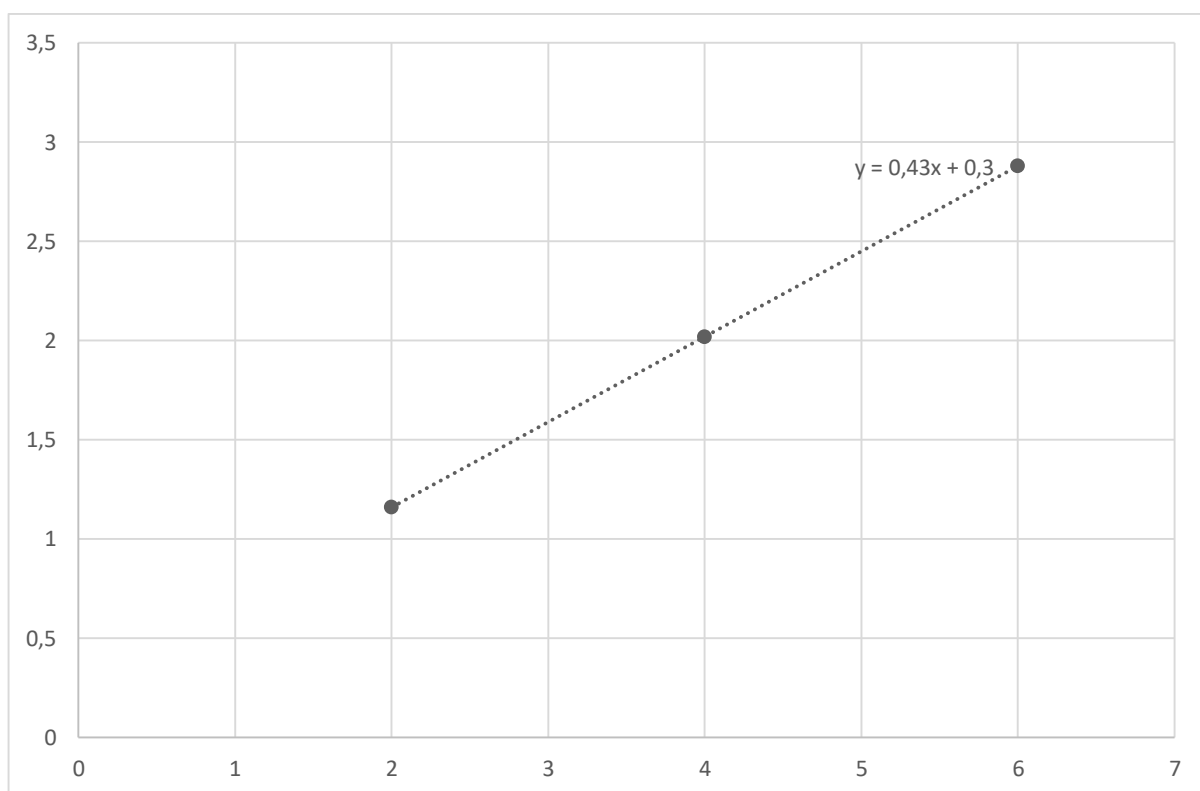
Знайдемо теоретичне значення коефіцієнта Стюдента - після визначення числа степенів свободи ( $f = 3$ ) при  $P = 95\%$  - буде дорівнювати значенню 3,18.

В результаті проведення дослідів методом найменших квадратів буде виведено такий графік точок при  $m = 3$  на рис.3.10.:



Рис.3.11. Графік точок, при  $m = 3$ 

На графіку представлено розположення точок, що було визначено експериментально при  $m = 3$ . Для отримання градувальної характеристики необхідно провести лінію, відстань від якої до точок буде мінімальною, так як це є однією з передумов методу найменших квадратів. Результат наведено на рис.3.11.

Рис.3.12. Графік градувальної характеристики при  $m = 3$

Аналогічно проробивши ті ж самі обчислення при  $m = 5$ , отримуємо результат:

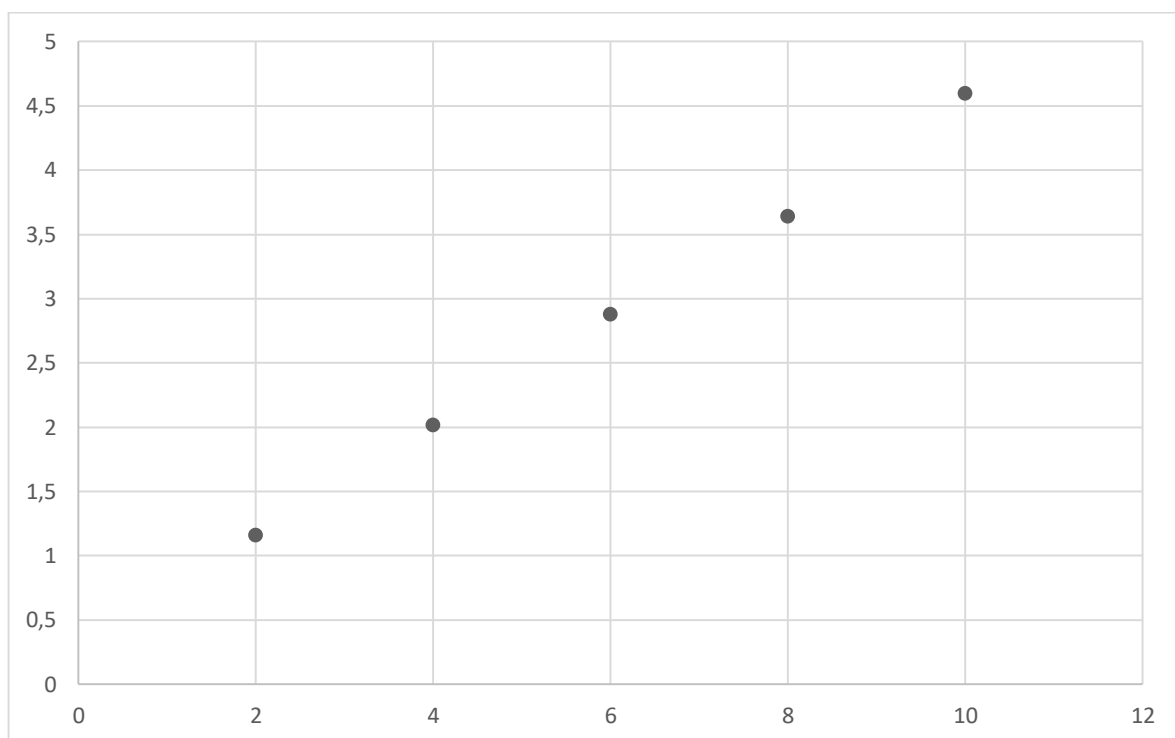


Рис.3.13. Графік точок, при  $m = 5$

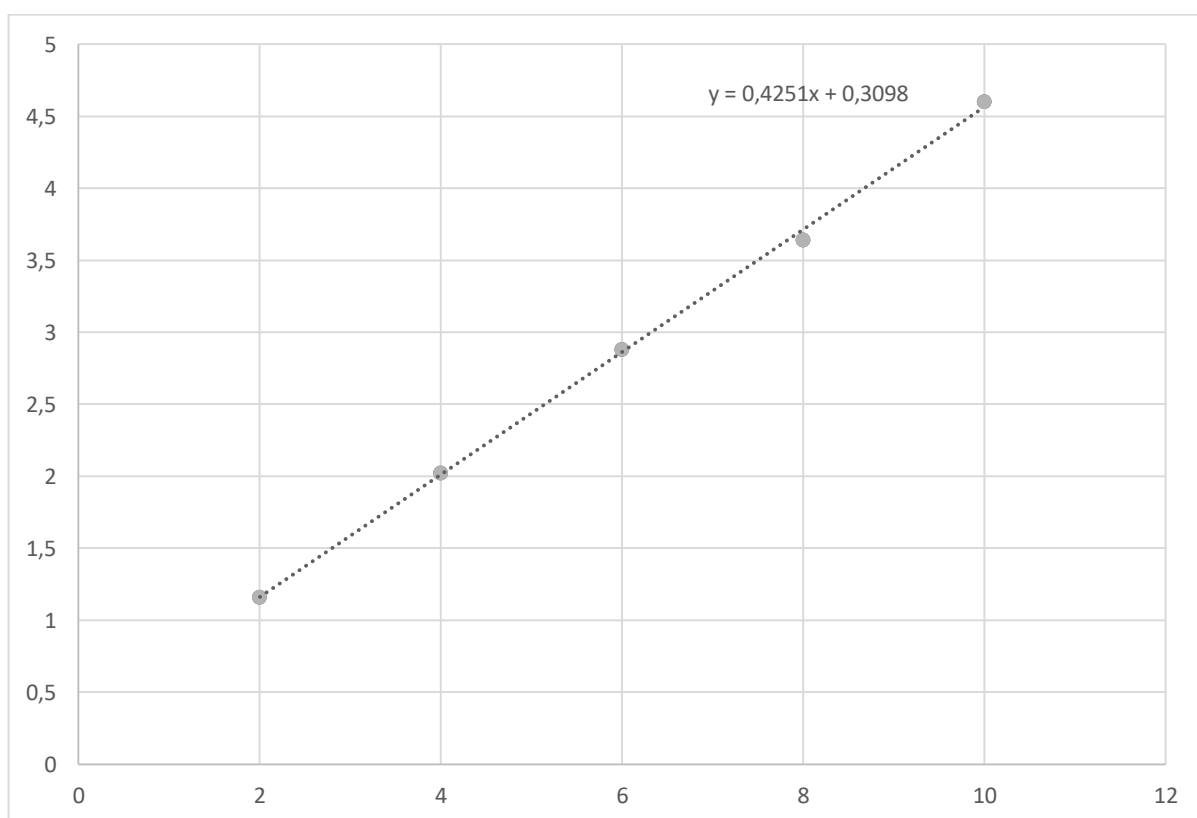


Рис.3.14. Графік градуювальної характеристики при  $m = 5$

### 3.2. Побудова характеристики з промахом

Для порівняння необхідно ввести нормально розподілену випадкову величину. Рівняння буде мати вид:

$$y = 0,2 + 0,43x + \varepsilon \quad (3.16)$$

де  $\varepsilon$  - випадкова похибка вимірювання.

Значення вхідної величини залишаються без змін, значення вихідної величини змінюються з урахуванням вводу похибки вимірювання подані у таблиці 3.15.:

Таблиця 3.17. – Таблиця вихідних даних з урахуванням похибки

$i$	$x$	$y$	$xy$	$x^2$	$y^2$	$\varepsilon$
1	2	1,07	2,14	4	1,1449	0,01
2	4	1,93	7,72	16	3,7249	0,012
3	6	2,79	16,74	36	7,7841	0,012
4	8	3,65	29,2	64	13,3225	0,013
5	10	4,51	45,1	100	20,3401	0,014
6	12	5,37	64,44	144	28,8369	0,015
7	14	6,23	87,22	196	38,8129	0,016
8	16	7,09	113,44	256	50,2681	0,017
9	18	7,95	143,1	324	63,2025	0,018
10	20	8,81	176,2	400	77,6161	0,019

На основі вихідних даних маємо графік розположення точок:

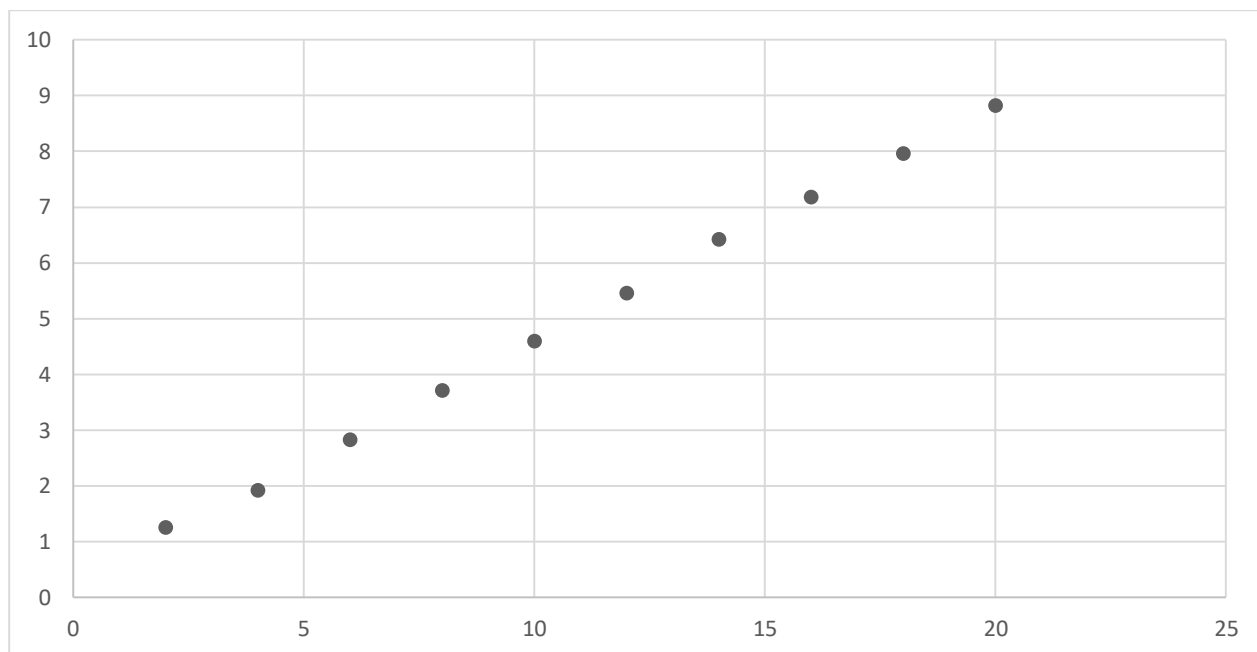


Рис. 3.18. Графік розположенн точок

Оцінки параметрів  $a$  і  $b$  будуть розраховані методом найменших квадратів:

Таблиця 3.19. – Значення  $a$  і  $b$ 

$m$	$a$	$b$
3	0,3	0,43
5	0,31	0,425

Для розрахунку скористаємося формулами (3.9) та (3.10), значення середніх квадратичних відхилень  $a = 0,05$  і  $b = 0,007$ , та будемо мати такий результат:

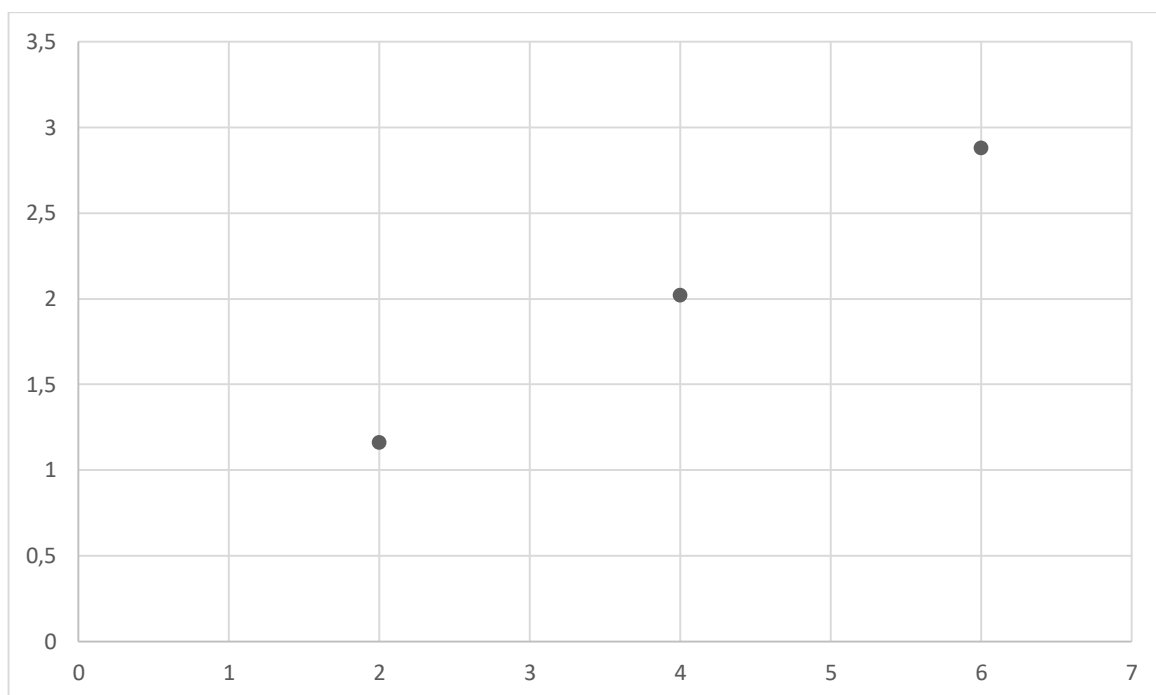


Рис.3.20. Графік точок при  $m = 3$  з урахуванням випадкової похибки

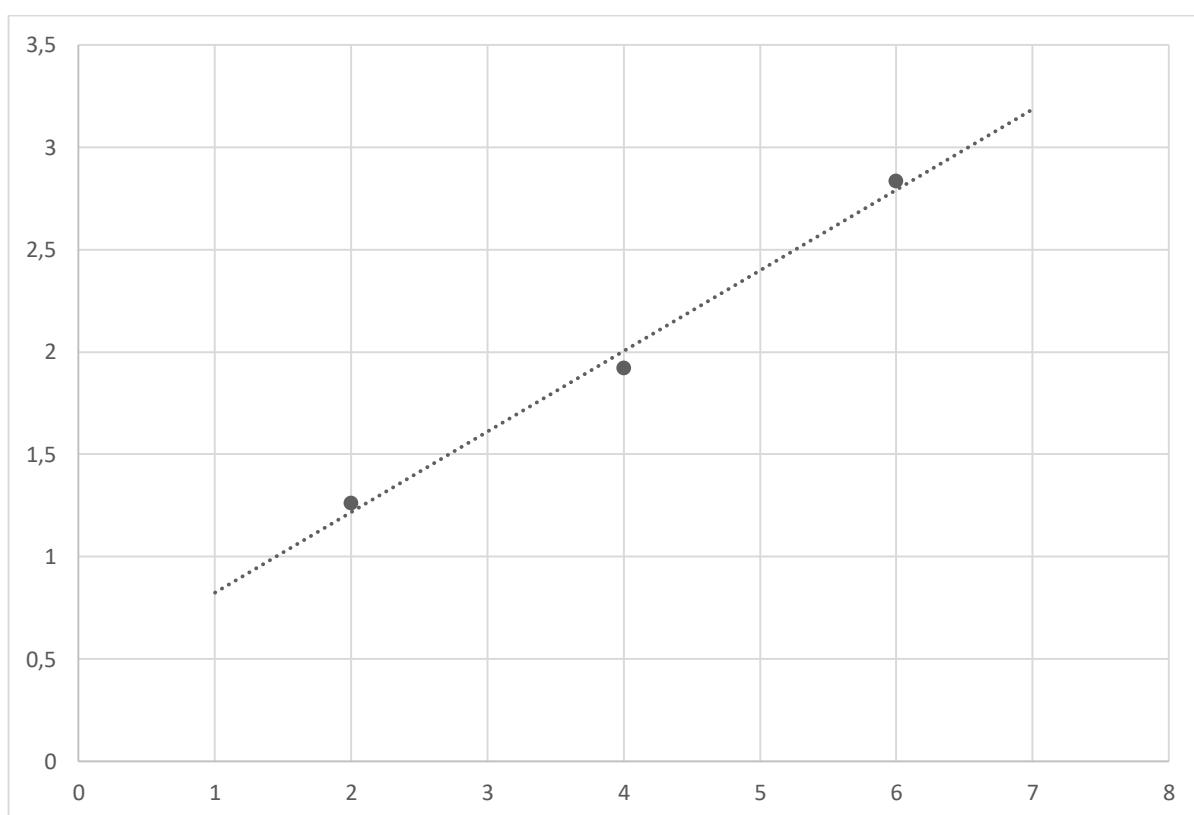


Рис.3.21. Графік градувальної хар-ки при  $m = 3$  з урахуванням випадкової похибки

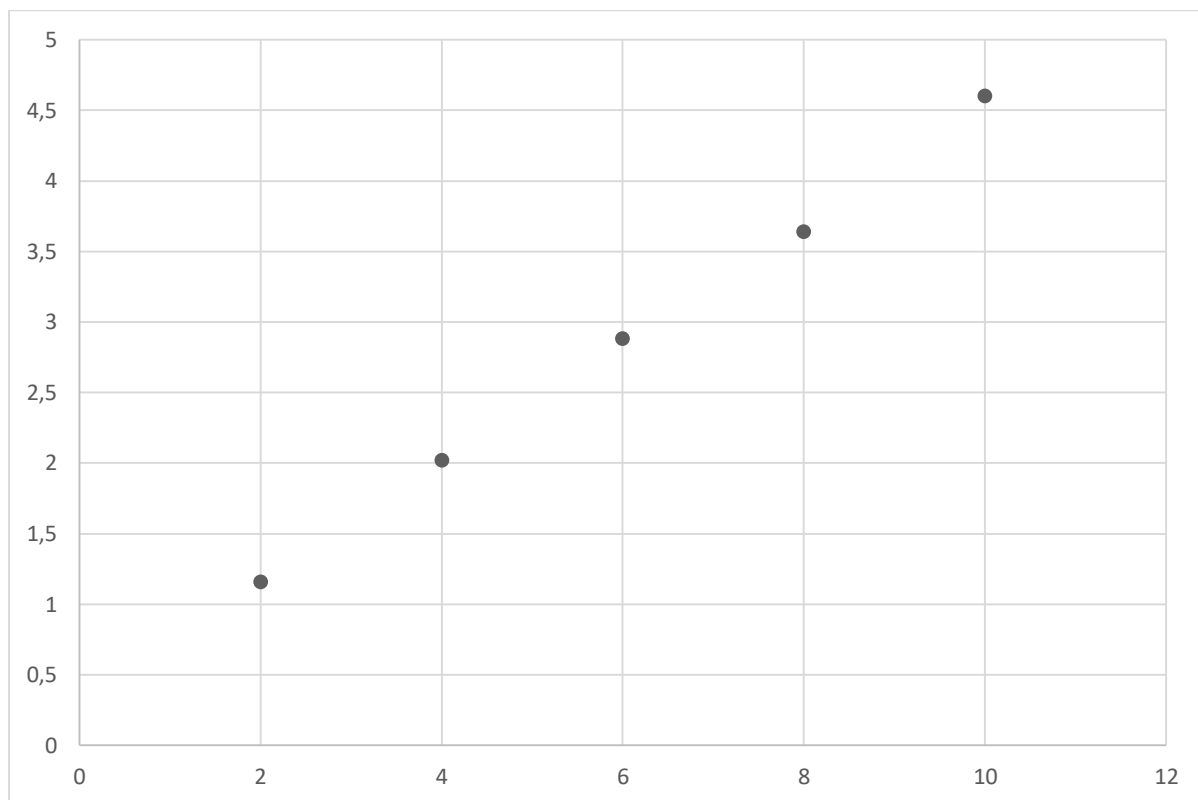


Рис.3.22. Графік точок при  $m = 5$  з урахуванням випадкової похибки

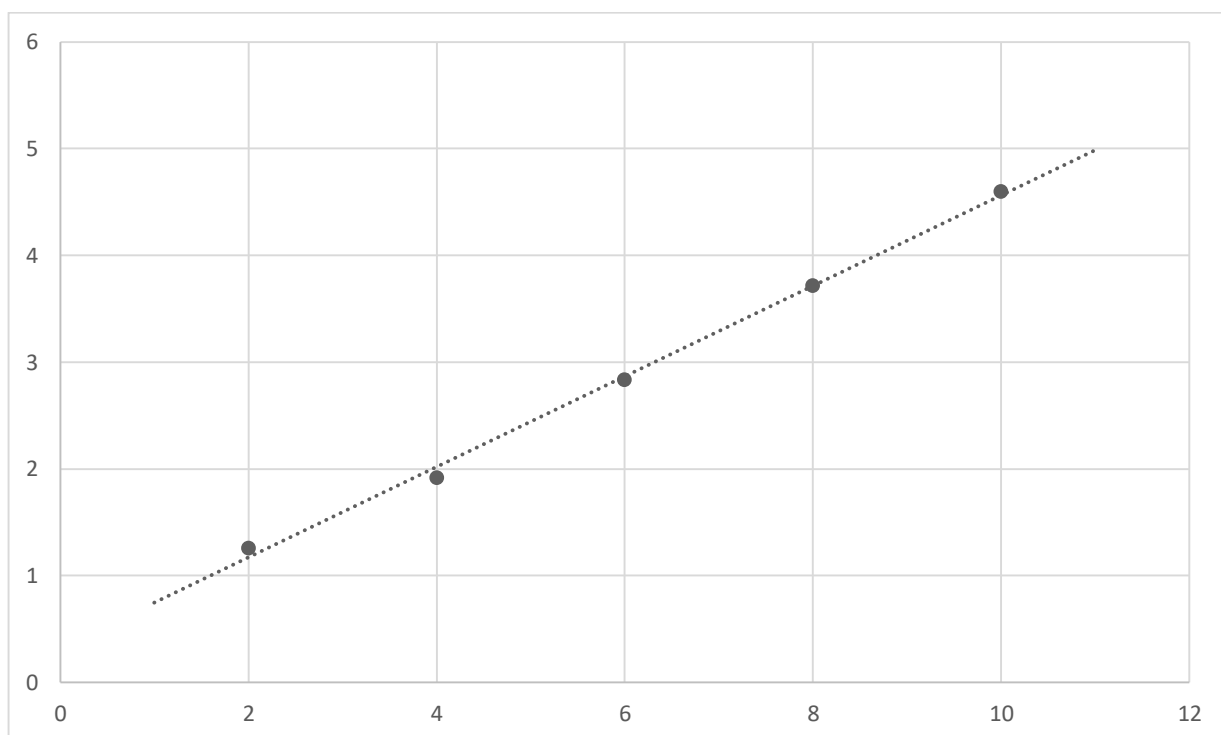


Рис.3.23. Графік градувальної хар-ки при  $m = 5$  з урахуванням випадкової похибки

Маємо побудовані графіки при  $m = 3$  та  $m = 5$ . Виконавши аналогічні обчислення, виходить, що  $d_i = 0,99$ . Тобто, справджується умова, що рівняння є сприйнятливим і точки не відкидаємо. Проведемо аналогічні обчислення, але при збільшенні випадкової похибки і здійснимо порівняльний аналіз.

Таблиця 3.24. – Таблиця вихідних даних з урахуванням похибки

$i$	$x$	$y$	$xy$	$x^2$	$y^2$	$\varepsilon$
1	2	1,07	2,14	4	1,1449	0,023
2	4	1,93	7,72	16	3,7249	0,024
3	6	2,79	16,74	36	7,7841	0,025
4	8	3,65	29,2	64	13,3225	0,026
5	10	4,51	45,1	100	20,3401	0,014
6	12	5,37	64,44	144	28,8369	0,015
7	14	6,23	87,22	196	38,8129	0,016
8	16	7,09	113,44	256	50,2681	0,017
9	18	7,95	143,1	324	63,2025	0,018
10	20	8,81	176,2	400	77,6161	0,019

Оцінки параметрів  $a$  і  $b$  будуть розраховані методом найменших квадратів:

Таблиця 3.25. – Значення  $a$  і  $b$

$m$	$a$	$b$
3	0,3	0,43
5	0,31	0,425

Для розрахунку скористаємося формулами (3.8) та (3.9), значення середніх квадратичних відхилень  $a = 0,15$  і  $b = 0,03$ , та будемо мати такий результат:

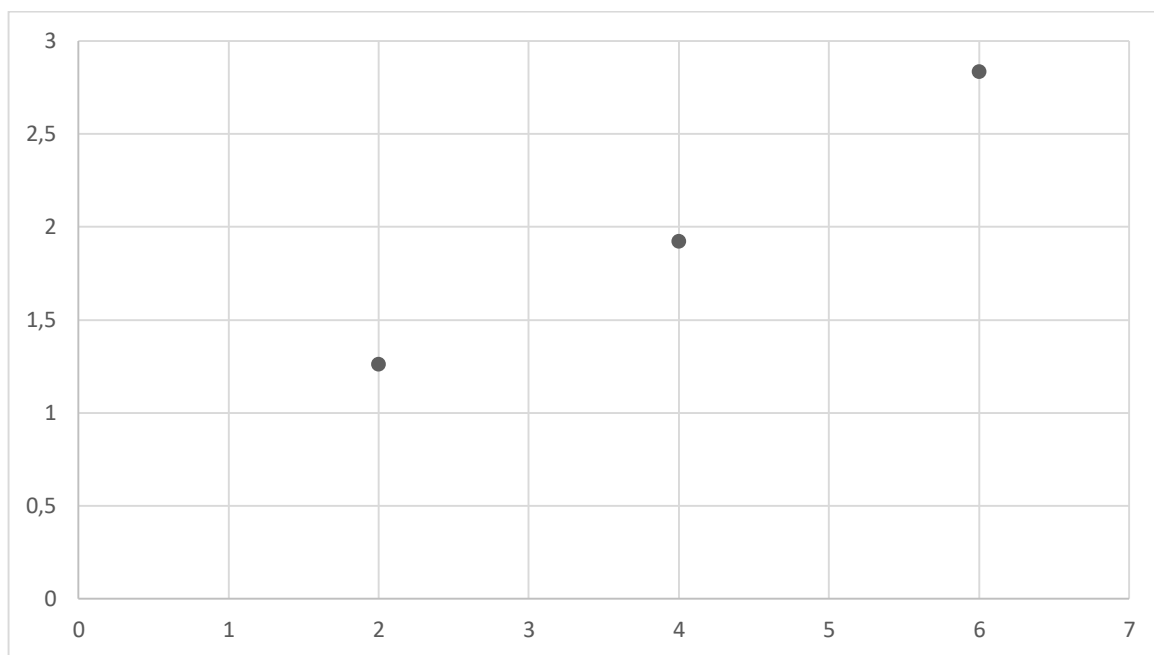


Рис. 3.26. Графік точок при  $t = 3$  з урахуванням випадкової похибки

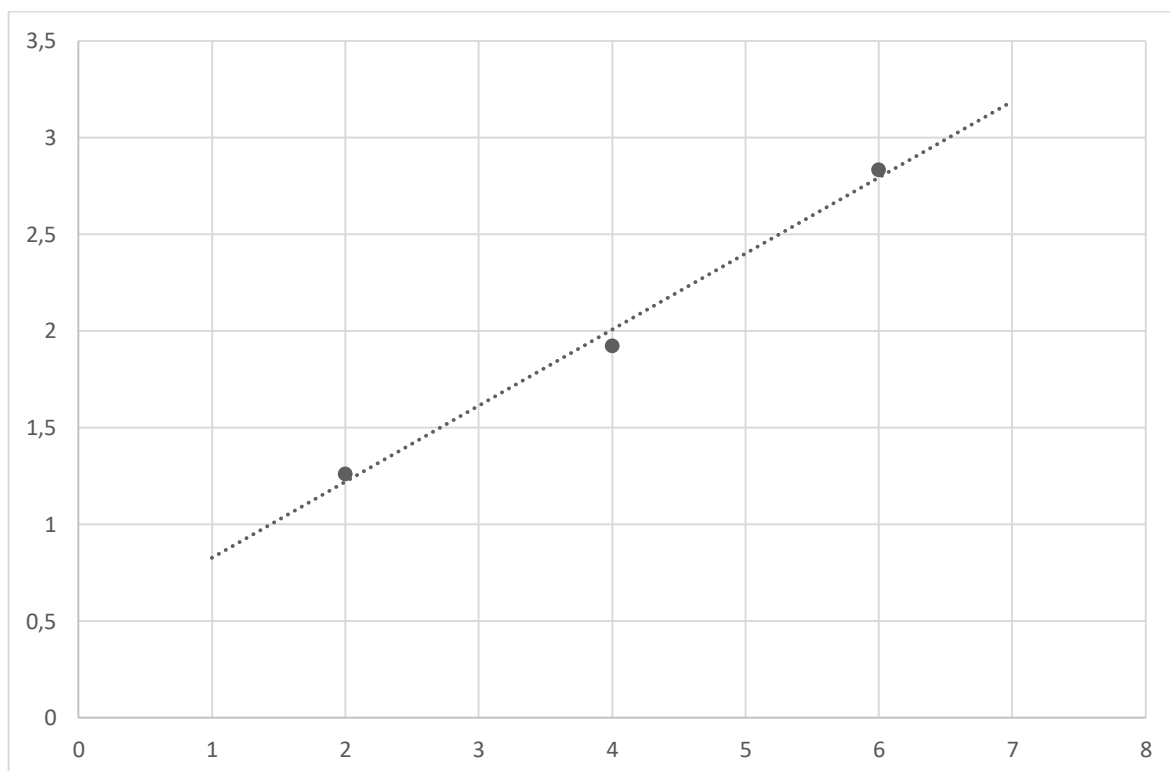


Рис. 3.27. Графік градуювальної хар-ки при  $t = 3$  з урахуванням випадкової похибки



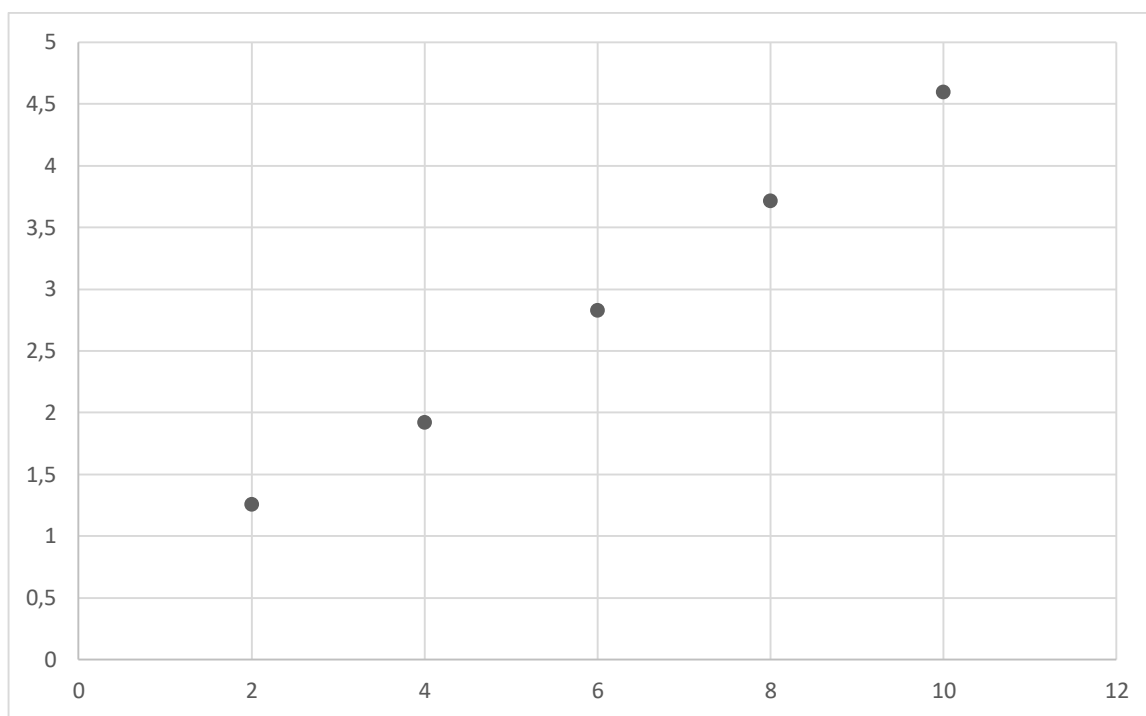


Рис. 3.28. Графік точок при  $m = 5$  з урахуванням випадкової похибки

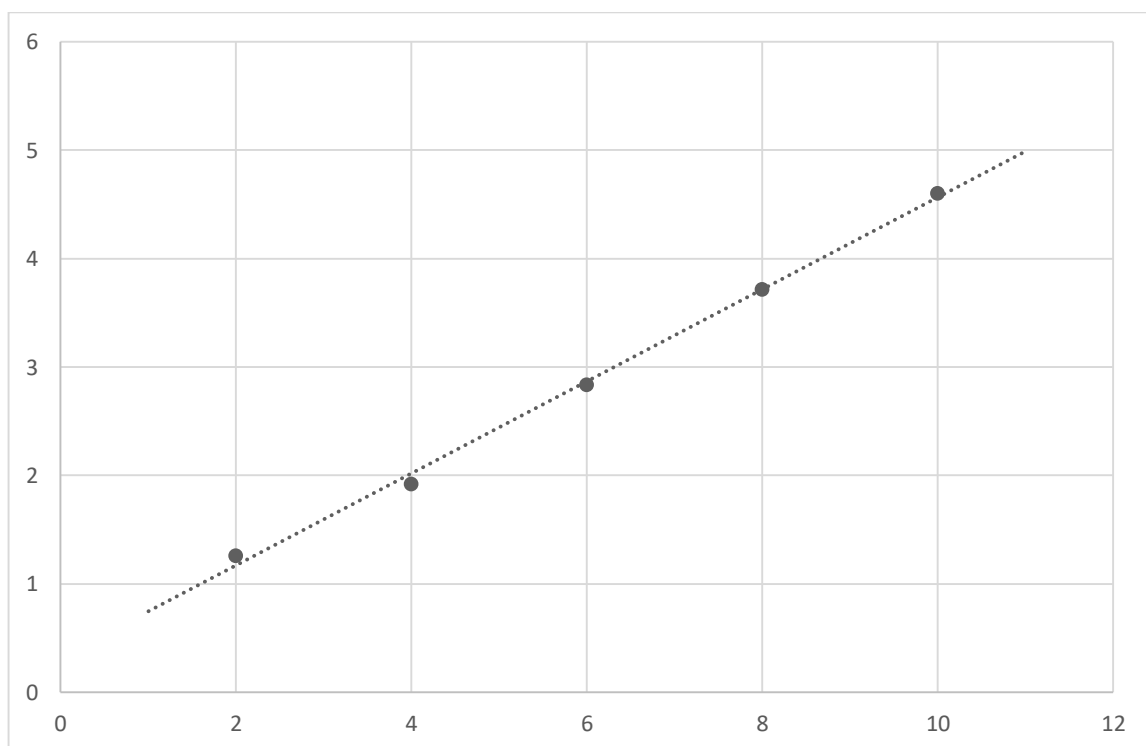


Рис. 3.29. Графік градувальної хар-ки при  $m = 5$  з урахуванням випадкової похибки

По наведеним графікам можна побачити, що грубі промахи присутні. Проведемо аналогічні розрахунки і отримаємо, що  $di = 1,03$ . Тобто, справджується умова, що точки можна відкидати, та застосування методу найменших квадратів є цілком сприйнятливим.

### 3.3. Висновки до розділу

У розділі було проведено моделюючий експеримент побудови градуовальної характеристики з використанням методу найменших квадратів. Було створено випадкову величину за допомогою генератора випадкової величини, що було головною передумовою даного методу, для доказу точності та ефективності його використання. Також було розраховано та знайдено лінію регресії та побудована градуовальна характеристика.

Було проведено порівняльний аналіз та дослідження впливу грубих промахів при побудові градуовальної характеристики. На рисунках можна побачити, що при появі двох або більше промахів, майже не впливає на побудову градуовальної характеристики. Тобто, появою більше одного або двох грубих промахів можна знехтувати, і після відкиду промахів можна застосовувати метод найменших квадратів.

Було побудовано графіки лінійних залежностей з урахуванням промахів та без. Було визначено, що наявність випадкової похибки має свій вплив на побудову градуовальної характеристики, і показана можливість застосування методу найменших квадратів.

## РОЗДІЛ 4

## 4. Розробка стартап-проекту “Побудова градууювальної характеристики”

У цьому розділі було проведено маркетинговий аналіз стартап-проекту для визначення принципової можливості його ринкового впровадження. Проведення маркетингового аналізу передбачає виконання наступних етапів.

### 4.1. Опис ідеї проекту (товару, послуги, технології)

Основною метою роботи є створення вітчизняної системи побудови градууювальної характеристики засобів вимірювання, що передбачає собою систему вводу/виводу даних. Сама система буде корисною тим, що побудова градууювальної характеристики буде здійснюватися за допомогою методу найменших квадратів та вбудованої системи розрахунку.

В таблиці подано описання змісту ідеї та можливі напрямки застосування такої системи, а також наведено запропоновані можливості, які отримують групи потенційних користувачів в ході використання системи.

Таблиця 4.1.1. — Опис ідеї стартап-проекту

Зміст ідеї	Напрямки застосування	Вигоди для користувача
Система побудови градууювальної характеристики	1. Калібрування засобів вимірювання.	Можливість навести точність вимірювання новому приладу вимірювання або корегування точності вимірювання вже існуючому приладу.

	2. Для уточнення результатів вимірювання	Отримання більш точних результатів вимірювання; більша вірогідність появи меншої похибки.
	3. Наукова діяльність.	Отримання інформації про вимірювальні величини та залежності між ними.
	4. Програмування нейронних систем	Можливість структурного підходу побудови за допомогою алгоритмів.

В ході аналізу таблиці було визначено, що основними потенціальними ринками для стартап-проекту «Система побудови градувальної характеристики» є дослідницький та науковий ринки. Також можна виділити те, що система може використовуватись у наукових цілях, для навчання або калібрування засобів вимірювання.

В представленій нижче таблиці було проведено огляд основних характеристик та властивостей ідеї, також подано відмінності в порівнянні з переліком конкурентів або товарів-замінників або інших товарів-аналогів, що вже існують на ринку та порівняльний аналіз показників для власної ідеї.

Таблиця 4.1.2. — Порівняння характеристик

№ п/ п	Техніко-економічні характеристики ідеї	(потенційні) товари/концепції конкурентів			
		Мій проект	Fluorid	МультиХром v1.7	UniChrom
1.	Вартість системи	Середня	Середня	Середня	Висока

2.	Точність вимірювання	Середня	Висока	Висока	Середня
3.	Кількість методів розрахунку	Мала	Середня	Середня	Висока
4.	Можливість оновлення програмного забезпечення	+	-	-	+

Таблиця 4.1.3. — Визначення характеристик ідеї проекту

№ п/п	Техніко-економічні характеристики ідеї	W (слабка сторона)	N (нейтральна сторона)	S (сильна сторона)
1.	Вартість системи			+
2.	Точність вимірювання			+
3.	Кількість методів розрахунку	+		
4.	Можливість постійного оновлення системи		+	
5.	Використання в якості підсистеми розрахунку	+		
6.	Застосування в багатьох галузях		+	

Дана система є “розумною” в плані програмного забезпечення, також є можливість постійного оновлення з точки зору функціонування, що робить систему конкурентноспроможною та перспективною. З переліку характеристик визначено, що розроблена система є відносно недорогою в порівнянні з аналогічними системами. Але при цьому має середні характеристики. Це можна пояснити тим, що система побудови є абсолютно новою на ринку. Однією з головних переваг є можливість більш точного вимірювання та отримання більш точних результатів за рахунок вбудованої системи розрахунку, які здійснюються за спланованими алгоритмами дій.

#### 4.2. Технологічний аудит ідеї проекту

В наступній таблиці було проведено аналіз технологій, за якими буде розроблено систему, можливість використання або розробки нових технологій, актуальність та доступність технологій, що існують на даний момент.

Таблиця 4.2.1. — Технологічна здійсненність ідеї проекту

№ п/п	Ідея проекту	Технології її реалізації	Наявність технологій	Доступність технологій
1.	Система вводу/виводу даних	Нейронна мережа	Наявні.	Так.
2.	Отримання більш точних результатів вимірювання	Використання методу найменших квадратів	Наявні.	Так.

3.	Вбудована система розрахунку	Автоматична структурна та параметрична оптимізація	Наявні.	Так.
----	------------------------------	--	---------	------

Висновок: технологічна реалізація проекту доступна, оскільки при розрахунку та побудові градувальної характеристики буде застосовуватися метод найменших квадратів. Розрахунок та виведення результату вимірювання буде побудовано на основі структури алгоритмів, що дає перевагу у економії часу для користувача.

#### 4.3. Аналіз ринкових можливостей запуску стартап-проекту

Перевагами даної системи можна виділити у використанні технології нейронної мережі, що дає можливість автоматизації усього процесу розрахунку та вбудованої системи алгоритмів, що надає користувачеві простоту використання та економії часу. Сама система відповідає міжнародним технологічним стандартам, що робить її використання перспективним як в Україні, так і за кордоном.

В представленій таблиці було проведено аналіз динаміки росту ринку, наявності попиту, обсягу та середню норму рентабельності по ринку. Також було визначено потребу у наявності сертифікації.

Таблиця 4.3.1. — Попередня характеристика потенційного ринку стартап-проекту

№ п/п	Показники стану ринку (найменування)	Характеристика
1.	Кількість головних гравців, од.	3

2.	Загальний обсяг продаж, ум.од/рік	200
3.	Динаміка ринку (якісна оцінка)	Зростає
4.	Наявність обмежень для входу (вказати характер обмежень).	Нова технологія потребує ресурсів, практичної перевірки та постійного оновлення універсального алгоритму.
5.	Специфічні вимоги до стандартизації та сертифікації.	Так, потрібна сертифікація.
6.	Середня норма рентабельності в галузі (або по ринку), %	35

Висновком можна вважати: якщо будемо враховувати кількість головних гравців на ринку, зростаючу динаміку ринку, невелику кількість конкурентів та середню норму рентабельності можна зробити висновок, що на даний момент, ринок для входження стартап-продукту є привабливим. Тож є сенс продовжувати розвиток проекту.

Далі було визначено потенційні групи клієнтів: діяльність, де є потреба у точному вимірюванні, де є дотримання до міжнародних технологічних стандартів. Також було сформовано орієнтовний перелік вимог до продукту для кожної категорії.

Таблиця 4.3.2. — Характеристика потенційних клієнтів стартап-проекту

№ п/п	Потреба, що формує ринок	Цільова аудиторія (цільові сегменти ринку)	Відмінності у поведінці різних потенційних цільових груп клієнтів
-------	-----------------------------	--	---



1. Більша точність вимірювання	Необхідність у більш точному та швидкому розрахунку	Зацікавлені в купівлі аналогічного пристрою за нижчою ціною.	Відносно середня ціна, дотримання міжнародних стандартів, дотримана якість, аналогічні до закордонних пристроїв технічні характеристики.
2. Спрощена система у використанні.	Відносно дешева та найбільш точна вітчизняна система вимірювання градууювальної характеристики	Зацікавлені в можливості використовувати систему як складову у інших системах.	
3. Купувати пристрої вітчизняного виробництва		Зацікавлені в підтримці національного виробника.	
4. Система відповідає міжнародним технологічним стандартам		Зацікавлені в розвитку конкуренції на ринку.	

Висновок: визначена характеристика дає зрозуміти, що продукт зможе викликати інтерес потенційних інвесторів та покупців, сформовано основний перелік вимог до товару.

Було сформовано таблицю факторів загроз, що можуть перешкодити подальшому розвитку стартап-проекту. Фактори було подано в порядку зменшення значущості.

Таблиця 4.3.3. Фактори загроз

№ п/п	Фактор	Зміст загрози	Можлива реакція компанії
1.	Вихід на ринок програми-аналогу	Продукт з аналогічним принципом роботи	Реклама, вдосконалення системи, оптимізація роботи.
2.	Можливість втечі конфіденційної інформації	Розповсюдження інформації, що є комерційною таємницею або іншої інтелектуальної власності.	Контроль та підписання договорів з матеріальною відповідальністю.
3.	Тиск зі сторони конкурентів	Тиск зі сторони відомих фірм, що виробляють аналогічні системи.	Налагодження співпраці з адвокатами щодо захисту прав.
4.	Вихід нових міжнародних технологічних стандартів	Перехід технологій на новий рівень	Слідкування за технологіями, поступове оновлення системи
5.	Збільшення податкового навантаження	Зменшення обсягу чистого прибутку	Пошук варіантів для мінімізації матеріальних втрат

Основними факторами загроз є вихід на ринок нової програми, що працює або може працювати за схожим принципом, можливість втечі конфіденційної інформації, тиск зі сторони конкурентів, вихід нових міжнародних технологічних

стандартів та збільшення податкового навантаження. Також подані можливі реакції компанії на такі фактори.

Було наведено таблицю факторів можливостей, що можуть сприяти ринковому впровадженню стартап-проекту. Фактори було подано у порядку зменшення значущості.

Таблиця 4.3.4. — Фактори можливостей

№ п/п	Фактор	Зміст можливості	Можлива реакція компанії
1.	Новий виробник	Збільшення конкурентоспроможності, отримання нової системи вимірювання.	Розробка та вихід на ринок нового продукту, аналіз нових можливостей.
2.	Більш технологічний та оновлений продукт	Вивчення нових технологій та поступове оновлення системи.	Вбудовування нових технологій у свою продукцію. Аналіз користувачів для виявлення потреб подальшого користування
3.	Надання можливості використання більш спрощеної системи	Можливість використання продукту без складнощів для користувачів	Підхід до побудови багатоскладної системи та упрощення користування

4.	Аналіз ринку користувачів	Можливість створення системи для використання в багатьох галузях	Аналіз ринку для впровадження нових можливостей використання продукту.
5.	Вихід продукту на ринок за кордоном	Розширення ринку та груп потенційних користувачів	Аналіз закордонного ринку.

Основними факторами можливостей являються розробка більш технологічного продукту та його поступове оновлення, надання користувачеві систему зі спрощеним використанням, аналіз ринку користувачів та вихід на ринок за кордон. Також подано можливі реакції компанії на такі фактори.

В наступній таблиці проведено ступеневий аналіз конкуренції на ринку: особливості конкурентного середовища, проявлення даної характеристики та її вплив на діяльність підприємства.

Таблиця 4.3.5. — Ступеневий аналіз конкуренції на ринку

Особливості конкурентного середовища	В чому проявляється дана характеристика	Вплив на діяльність підприємства (можливі дії компанії, щоб бути конкурентоспроможною)
1. Вказати тип конкуренції	Олігополія	Пошук партнерів та інвесторів для впровадження вітчизняного виробництва.
2. За рівнем конкурентної боротьби	Аналогічні системи можуть розроблятися іноземними виробниками. Продукт належить команді розробників.	Вихід на ринок збуту продукту. Розповсюдження реклами через усі можливі засоби масової інформації.

3. За галузевою ознакою	Міжгалузева	Використовується у вимірювальних приладах різного плану.
4. Конкуренція за видами товарів	Товарно-родова	Власна розробка, реклама.
5. За характером конкурентних переваг	Цінова	Ціна являється нижчою за аналогічні вироби.
6. За інтенсивністю – марочна/не марочна	Не марочна	Реклама, впровадження нових технологій та поступове оновлення.

Судячи з аналізу конкурентної ситуації на ринку, можна зробити наступний висновок: оскільки кожен з подібних продуктів має свою сферу спеціалізації, і слабкі та сильні сторони, то можна сказати, що реалізація виходу на ринок є цілком можливою.

В наступній таблиці було проведено аналіз сильних позицій компанії, здатність компанії впливати на інших гравців на ринку. Також було проведено детальний аналіз умов конкуренції на ринку.

Таблиця 4.3.6. — Аналіз конкуренції в галузі за М. Портером

	Прямі конкуренти в галузі	Потенційні конкуренти	Постачальники	Клієнти	Товари-замінники
Складові аналізу	Існують	Цінова політика, розмір капіталовкладень	Незначна концентрація постачальників	Досить якісна продукція, низька ціна	Більш висока ціна

Висновки	Є можливість конкуренції на ринку	Є можливість розповсюдження товару.	Можливість співпраці з постачальниками заради зменшення ціни на продукт.	Так, залежить від попиту на товар	Зменшення ціни
----------	-----------------------------------	-------------------------------------	--	-----------------------------------	----------------

З огляду на конкурентну ситуацію на ринку, можна зробити висновок, що є можливість роботи на ринку. Щоб продукт був перспективним та конкурентноспроможним, є потреба в його розповсюдженні та потреба у його привабливій ціні.

Судячи з таблиці 4.3.6., а також з урахуванням характеристик ідеї проекту, потреб споживачів та факторів маркетингового середовища можна зробити обґрунтування переліку факторів конкурентоспроможності.

Таблиця 4.3.7. — Обґрунтування факторів конкурентоспроможності

№ п/п	Фактор конкурентоспроможності	Обґрунтування (наведення чинників, що роблять фактор для порівняння конкурентних проектів значущим)
1	Час	Більш швидка дія роботи системи вимірювання
2	Ціна	Відносно середня ціна для розповсюдження
3	Якість	На рівні аналогічних товарів.

Висновок: наведені фактори конкурентоспроможності дозволяють вважати, що стартап-проект має змогу протистояти конкуренції з боку інших виробників аналогічних товарів та є можливість широкого розповсюдження товару на ринку.

В приведеній таблиці проведено порівняльний аналіз сильних та слабких сторін стартап-проекту з огляду на обґрунтування факторів конкурентоспроможності.

Таблиця 4.3.8. — Порівняльний аналіз сильних та слабких сторін проекту

№ п/п	Фактор конкурентоспроможності	Бали 1-20	Рейтинг товарів-конкурентів у порівнянні з власною компанією						
			-3	-2	-1	0	+1	+2	+3
1	Час	15		+					
2	Ціна	13					+		
3	Якість	12			+				

Висновок: рейтинг власного стартап-проекту вище, ніж у конкурентів, зважаючи на цінову політику та характеристики товару в цілому. Слабкою стороною можна вважати ціну, але тільки на перших етапах впровадження продукту на ринок.

В даній таблиці було проведено SWOT-аналіз стартап-проекту на основі факторів загроз та факторів можливостей, а також сильних і слабких сторін проекту.

Таблиця 4.3.9. — SWOT-аналіз стартап-проекту

Сильні сторони: Ціна Якість Час	Слабкі сторони: Новий виробник на ринку Залежність від фінансування на перших етапах Кількість запропонованих методів вимірювання
Можливості: Збільшення конкурентоспроможності Вивчення нових технологій Простота у користуванні Використання в багатьох галузях Збільшення груп потенційних користувачів	Загрози: Продукт-аналог Розповсюдження комерційної таємниці Тиск конкурентів Вихід нових технологій Зменшення прибутку

Висновок можна зробити такий: проведений SWOT-аналіз засвідчує, що даний проект можливо реалізовувати у умовах ринку нашої країни та за кордоном. Також можна сказати, що можливості, що даються з виходом стартап-продукту на ринок, є цілком реальними. Так як однією з важливих можливостей можна вважати використання нових технологій, це може дати чудову нагоду обійти конкурентів або іншого нового продукту-аналогу. На основі цієї таблиці є можливість скласти таблицю альтернативної ринкової поведінки.

В таблиці, представленій нижче, були розроблені альтернативи ринкового впровадження стартап-проекту для просування його на ринок. Також було надано орієнтовний час їх реалізації.

Таблиця 4.3.10. — Альтернативи ринкового впровадження стартап-проекту

№ п/п	Альтернатива (орієнтовний комплекс заходів) ринкової поведінки	Ймовірність отримання ресурсів	Строки реалізації
1	Перехід на нові та більш доступні технології	+	0,5 року
2	Доповнення команди розробників	+	1 рік
3	Маркетингова кампанія	+	1 рік
4	Проведення реалізації продукту на міжнародному та вітчизняних ринках	При наявності необхідних ресурсів (гроші та час)	8 місяців
5	Вихід на закордонний ринок	-	4 роки

Висновок: Дивлячись на можливі строки реалізації та доступність ресурсів обраними альтернативами ринкового впровадження стартап-проекту є : а) перехід



на нові технології б) маркетингова кампанія. Представлені заходи дозволяють вивести стартап-проект на ринок.

#### 4.4. Розроблення ринкової стратегії проекту

Першим кроком для розробки ринкової стратегії є опис цільових груп потенційних користувачів та визначення ймовірного попиту та інтенсивності конкуренції на ринку в обраному сегменті.

Таблиця 4.4.1. — Вибір цільових груп потенційних споживачів

№ п/п	Опис профілю цільової групи потенційних клієнтів	Готовність споживачів сприйняти продукт	Орієнтовний попит в межах цільової групи (сегменту)	Інтенсивність конкуренції в сегменті	Простота входу у сегмент
1	Наукова діяльність	Готові	Високий попит	Середня	Середня
2	Приладобудування	Готові	Високий попит	Середня	Середня
Які цільові групи обрано: споживачі, мають потребу у більш точному вимірюванні величин та меншому часі на розрахунок					

Дивлячись на проведений аналіз можна зробити висновок, що даний продукт має змогу високого розповсюдження у науковій діяльності та у приладобудуванні, що має нагальну потребу у точному вимірюванні та калібруванні засобів вимірювання.

Для можливості ефективної роботи на обраних ринках потрібно сформуванню визначення базової стратегії розвитку стартап-проекту, охоплення ринку та ключові позиції конкурентоспроможності.

Таблиця 4.4.2. — Визначення базової стратегії розвитку

№ п/п	Обрана альтернатива розвитку проекту	Стратегія охоплення ринку	Ключові конкурентоспроможні позиції відповідно до обраної альтернативи	Базова стратегія розвитку
1	Перехід до нових технологій	Постійний зворотній зв'язок з користувачами	Якість продукту відповідає потребам користувачів	Виявлення та вирішення можливих проблем

Висновком можна вважати наступне: результатом створення таблиці є опис ключових конкурентоспроможних позицій відповідно до обраної альтернативи розвитку стартап-проекту.

В цій таблиці представлено визначення базової стратегії конкурентної поведінки. Стратегія конкурентної поведінки дає змогу обрати як компанія буде вести себе на конкурентному ринку.

Таблиця 4.4.3. — Визначення базової стратегії конкурентної поведінки

№ п/п	Чи є проект «першопрохідцем» на ринку?	Чи буде компанія шукати нових споживачів, або забирати існуючих у конкурентів?	Чи буде компанія копіювати основні характеристики товару конкурента, і які?	Стратегія конкурентної поведінки
1	Так, з урахуванням поступового переходу на нові технології	Так, буде	Ні, продукт є повністю побудований на нових ідеях.	Стратегія виклику лідера

Висновок: Так як продукт являється новим на даному ринку, то було обрано стратегію виклику лідера. Це дасть змогу продукту заявити про себе, як

новий продукт. Але оскільки було обрано побудову системи на основі нових ідей та технологій, то це повинно давати нові стратегії для розвитку та вдосконалення продукту.

Маючи характеристику потенційних клієнтів стартап-проекту та визначену базову стратегію розвитку є можливість визначити стратегії позиціонування компанії на ринку.

Таблиця 4.4.4. — Визначення стратегії позиціонування

№ п/п	Вимоги до товару цільової аудиторії	Базова стратегія розвитку	Ключові конкурентоспроможні позиції власного стартап-проекту	Вибір асоціацій, які мають сформувати комплексну позицію власного проекту (три ключових)
1	Спрощенна система у використанні.	Стратегія виклику лідера	<ul style="list-style-type: none"> <li>– вартість</li> <li>– простота</li> <li>– ціна</li> <li>– якість</li> <li>– вітчизняна система</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– зворотній зв'язок з користувачами</li> <li>– вітчизняний продукт</li> <li>– цінова політика</li> </ul>
2	Менше затрат часу на вимірювання та обчислення			
3	Купувати у вітчизняного виробника.			
4	Доступність до якісного недорогого продукту			

Висновок: було сформовано ринкову позицію (комплекс асоціацій) стартап-проекту «Система побудови градувальної характеристики» на ринку, за якими потенційні клієнти мають ідентифікувати стартап-проект.

#### 4.5. Розроблення маркетингової програми стартап-проекту

За результатами попереднього аналізу конкурентоспроможності товару можна сформувати маркетингову концепцію товару. Це буде першим кроком для розроблення маркетингової програми стартап-проекту.

Таблиця 4.5.1. — Визначення ключових переваг концепції потенційного товару

№	Потреба	Вигода, яку пропонує товар	Ключові переваги перед конкурентами (існуючі або такі, що потрібно створити)
1	Можливість використання спрощеної системи	Для більш швидкого розрахунку	Більша точність вимірювання
2	Підтримка зворотнього зв'язку	Надання підтримки	Підтримка постійно надається

Висновок: в цій таблиці можна побачити потреби користувачів та ключові переваги перед конкурентами. Основною ключовою перевагою перед конкурентами є можливість отримати більш точні необхідні вимірювання за менший час.

У наступній таблиці була розроблена трирівнева маркетингова модель товару. Були уточнені: ідея продукту, його фізичні складові та особливості процесу його надання.

Таблиця 4.5.2. — Опис трьох рівнів моделі товару

Рівні товару	Сутність та складові		
1.Товар за задумом	Продукт представляє собою програмне забезпечення, що забезпечує більш точним вимірюванням		
2.Товар у реальному виконанні	Властивості/характеристики	М/Нм	Вр/Тх /Тл/Е/Ор
	1. Середня ціна 2. Точність 3. Простота використання 4. Час 5. Універсальність	1.М 2.М 3.М 4.Нм 5. М	1.Е 2.Тх 3.Тл 4.Тл 5. Тх
	Якість: стандарти, параметри тестування тощо Стандартизація відповідно до MDN, ISO. Регламентується НД, СРМ.		
	Пакування присутнє.		
	Марка: назва організації – розробника + назва товару		
Потенційний товар буде захищено від копіювання: патентування, сертифікати відповідності, відповідні права на власність.			

Висновок: стартап-проект буде сертифіковано за міжнародними та українськими стандартами. Захист товару буде виконано за допомогою патентування, а також буде надано відповідні права на власність. Мається на увазі, що права на продукт будуть надані лише компанії-розробнику.

Наступним кроком при розробленні маркетингової програми стартап-проекту є визначення границь встановлення ціни із розрахунку на 1 рік користування.

Таблиця 4.5.3. — Визначення меж встановлення ціни (із розрахунку на 1 рік користування)

Рівень цін на товари-замінники	Рівень цін на товари-аналоги	Рівень доходів цільової групи споживачів	Верхня та нижня межі встановлення ціни на товар/послугу
>2500 грн	10000-75000грн.	30000 грн	7500-10000 грн

Висновок: За результатами таблиці можна побачити межі, якими необхідно користуватись при встановленні ціни на товар. Межі були встановлені з огляду на аналіз ціни на товари-аналоги та товари-замінники.

Дана таблиця є наступним кроком для розроблення маркетингової програми стартап-проекту. Вона включає в себе специфіку закупівель, функції збуту постачальників та оптимальну систему збуту.

Таблиця 4.5.4. — Формування системи збуту

п/п	Специфіка закупівельної поведінки цільових клієнтів	Функції збуту, які має виконувати постачальник товару	Глибина каналу збуту	Оптимальна система збуту
	Програмне забезпечення можна буде встановити як звичайну комп'ютерну програму, при наявності складнощів зі встановленням можна завжди звернутися до служби підтримки даного програмного забезпечення.	Дослідження аспектів маркетингу, прийняття можливих ризиків торгових угод	Багатоканальний розподіл (дистрибуція)	Наукові центри, установи

Висновок: за результатами таблиці можна встановити: а) проводити збут як власними силами за допомогою власної служби підтримки, так і без прямого

втручання б) вибір та обґрунтування оптимальної глибини каналу збуту, в) вибір та обґрунтування виду посередників.

Останнім пунктом розроблення маркетингової програми стартап-проекту є розроблення концепції маркетингових комунікацій. Вона буде розроблена відповідно до попередньо обраної основи для позиціонування, визначену специфіку поведінки клієнтів.

Таблиця 4.5.5. — Концепція маркетингових комунікацій

№ п/п	Специфіка поведінки цільових клієнтів	Канали комунікацій, якими користуються цільові клієнти	Ключові позиції, обрані для позиціонування	Завдання рекламного повідомлення	Концепція рекламного звернення
1.	Довіра до технічної документації та вимог	Мережа Інтернет, наукові центри, установи	Міжособні комунікації	Донесення основних переваг та особливостей використання	Демонстрація використання простої системи для складних розрахунків

Висновок є такий: результатом виконання таблиці було наведено обрання завдання та концепції рекламного звернення з огляду на специфіку поведінки цільових клієнтів та канали комунікації, якими вони користуються. Ключовим каналом для зв'язку є мережа Інтернет, оскільки з кожним роком кількість користувачів мережі росте за геометричною прогресією.

#### 4.6. Організація реалізації стартап-проекту

Тут подано структуру бізнес-моделі Canvas, що дозволяє зробити опис стартап-проекту та проаналізувати модель бізнесу, яка використовується, з позиції її ефективності та можливості реалізації та розвитку.

Таблиця 4.6.1. — Структура бізнес-моделі Canvas

Ключові партнери  спільні підприємства для запуску нових бізнес-проектів;	Ключові види діяльності  вирішення проблем; формування платформи;	Ціннісна пропозиція  Новизна; Продуктивність; Дизайн; Зручність; доступність; ціна; економія часу;	Взаємовідносини між клієнтами  персональна підтримка; спільноти; VIP персональна підтримка; Автоматизоване обслуговування;	Споживчі сегменти  Нішовий ринок;
	Ключові ресурси  Інтелектуальні ресурси; Персонал;		Канали збуту  Мережа Інтернет; Телефонний зв'язок;	
Структура витрат  Постійні витрати;			Потоки доходів  Регулярний дохід від періодичних платежів; Ліцензії;	

Отже, основними структурними елементами є, що створюють ціннісну пропозицію:

- Ключовими партнерами є підприємства, з якими потрібно вести спільну діяльність для випуску нових продуктів. Це не обов'язково конкуренти, можливі варіанти заключення договорів про партнерство з іншими компаніями, за наявності спільних інтересів.
- Ключовим видом діяльності є вирішення проблеми у точному вимірюванні.
- Взаємовідносини між клієнтами будуть засновані на підтримці, як персональній, так і спільній.
- Каналами збуту є мережа Інтернет як основна, телефонний зв'язок може і буде використовуватися як засіб підтримки.
- Структурні витрати будуть постійними витратами, тобто будуть незмінними незалежно від реалізації продукту (заробітна плата працівникам, орендна плата офісного приміщення тощо).



- Ключовими ресурсами являються персонал та інтелектуальні ресурси як основні.
- Потоками доходів необхідно запровадити дохід від періодичних платежів користування.
- Споживчими сегментами є наукова діяльність та інші сфери, пов'язані з потребою у точному вимірюванні.

## 4.7. Висновки до розділу

Для виведення власного стартап-проекту на ринок необхідно виконати кроки, в межах яких було визначено перспективу проекту на ринку, фінансовий аналіз, аналіз загроз та аналіз можливостей, графік та певні правила організації виробництва, та план для просування ідеї для інвесторів.

У цьому розділі було проведено маркетинговий аналіз стартап-проекту «Система побудови градувальної характеристики», заради визначення принципової можливості впровадження на ринок та можливих напрямів реалізації цього продукту.

Також було подано опис основного плану підходів щодо розвитку та розробки стартап-проекту, визначено: опис ідеї проекту, технологічний аудит ідеї стартап-проекту, аналіз ринкових можливостей запуску стартап-проекту, розробка ринкової стратегії та маркетингової програми проекту та заходи організації щодо реалізації даного стартап-проекту.

Також було подано: можливості ринкової комерціалізації проекту, перспектива впровадження ідеї з огляду на конкурентну ситуацію, попит та потенційні групи охоплення клієнтів та споживачів. Було визначено альтернативу впровадження для реалізації проекту. Також було проведено вибір задач та концепції рекламного звернення з огляду на специфіку поведінки груп потенційних клієнтів та канали комунікації між ними.

Створено бізнес-модель Canvas, що дає проаналізувати модель бізнесу в цілому. Наведено основні структурні складові даної моделі, що необхідні для реалізації та розвитку стартап-проекту на початкових етапах впровадження на ринок.

Судячи з усіх зроблених висновків в цьому розділі, можна сказати, що даний стартап-проект є перспективним в плані технологій, що існують на даний момент. З точки зору реалізації та широкого ринкового впровадження, стартап-проект має

високу конкурентноспроможність та має величезну перевагу у постійній потребі клієнтів.

## 5. Висновки

У даній роботі було проведено опис та аналіз градуовальної характеристики. Розглянуто основні найбільш поширені методи побудови.

Основними пунктами у даній роботі стали: огляд існуючих рішень, детальний огляд методу найменших квадратів, проведено експеримент побудови градуовальної характеристики та розробка стартап-проекту.

У розділі огляду існуючих рішень було розглянуто алгоритм побудови градуовальної характеристики та знаходження оцінок її параметрів. Також було проведено опис та розглянуто методи побудови характеристиками, такими як метод Тейла та метод найменших квадратів.

У розділі експерименту було проведено моделюючий експеримент побудови градуовальної характеристики методом найменших квадратів. Було досліджено, які параметри необхідні для оцінювання невизначеності та побудови. Також було побудовано градуовальну характеристику на основі отриманих вхідних та вихідних величин. І було проведено порівняльний аналіз побудови градуовальної характеристики з грубим промахом та без, з додаванням випадкової похибки при вимірюванні. Можна зробити висновок, що поява більше одного або двох грубих промахів майже не впливає на процес побудови. Метод найменших квадратів можна застосовувати після відкиду грубих промахів.

У розділі стартап-проекту було проведено маркетинговий аналіз для виявлення можливості впровадження продукту на ринок, подано опис основного плану підходів щодо розвитку та розробки стартап-проекту. Також було виявлено можливості ринкової комерціалізації, перспективи впровадження ідеї з огляду на конкурентну ситуацію, попит та пропозицію на ринку. І створено бізнес-модель,

яка дає змогу проаналізувати структурні складові даної моделі та поданий опис для впровадження стартап-проекту на початкових етапах.

За час написання магістерської дисертації було отримано достатню кількість теоретичної складової та практичних навичків для проведення експерименту на конкретний предмет дослідження.

### Список використаних джерел

- [1] Алгоритмы построения градуировочных характеристик средств измерений состава веществ и материалов и оценивание их погрешностей (неопределенностей) URL:  
<http://www.gostrf.com/normadata/1/4293850/4293850647.pdf>
- [2] Динамічні характеристики засобів вимірювальної техніки URL:  
[https://dSPACE.khadi.kharkov.ua/dSPACE/bitstream/123456789/2598/1/Koval\\_dynam\\_karakter\\_2018.pdf](https://dSPACE.khadi.kharkov.ua/dSPACE/bitstream/123456789/2598/1/Koval_dynam_karakter_2018.pdf)
- [3] Метрологічні характеристики URL:  
[https://uk.wikipedia.org/wiki/Метрологічні\\_характеристики](https://uk.wikipedia.org/wiki/Метрологічні_характеристики)
- [4] Т.І. Ахметова “Статистика в кількісному аналізі”, 2013, ст. 16-20
- [5] Калмановский В.И. Построение градуировочных характеристик для методик анализа объектов окружающей среды // Измерительная техника. – 1998. - № 3. – С. 64-68.
- [6] Калмановский В.И. Систематическая погрешность измерения коэффициентов линейного уравнения эмпирической регрессии. // Измерительная техника. – 1999. - № 3. – С. 16-19.
- [7] Градуировочные характеристики средств измерений. Методы построения. Оценивание погрешностей. URL:  
<https://files.stroyinf.ru/Data2/1/4293768/4293768858.pdf>
- [8] Володарський Є.Т., Кошева Л.О. Поняття про регресійний аналіз. Метод найменших квадратів. // Статистична обробка даних - 2008с. - 161-169
- [9]. Гавриш, О. А., Бояринова К. О., Копішинська К. О. Розробка стартап-проектів. Конспект лекцій : навчальний посібник для студентів спеціальностей 151 – «Автоматизація та комп’ютерно-інтегровані технології» та 152 – «Метрологія та інформаційно-вимірювальна техніка», Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. 188 с.

- [10]. Методичні рекомендації до виконання розділу магістерських дисертацій для студентів інженерних спеціальностей / За заг. ред. О.А. Гавриша. – Київ : НТУУ «КПІ», 2016. – 28 с.
- [11]. Гавриш, О. А., Бояринова К. О., Копішинська К. О. Розробка стартап-проектів: практикум: навчальний посібник для студентів спеціальностей 151 – «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» та 152 – «Метрологія та інформаційно-вимірвальна техніка»; КПІ ім. Ігоря Сікорського. Електронні текстові данні (1 файл: 2,11 Мбайт). Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. 116 с.
- [12]. Лунін В. Є., Кубіна Н. Е. Формування ціннісного пропозиції клієнтам компанії на основі бізнес - моделі Canvas. Молодий вчений. 2015. №21.1. С. 45–49.
- [13]. Остервальдер А., Пинье И. Построение бизнес-моделей: Настольная книга стратега и новатора / Пер. с англ. М.: Альпина Пабlishер, 2011. 288 с.